

工學碩士 學位論文

數值波動水槽를 이용한 透過性防波堤의  
周邊波動場 解析에 관한 研究

Analysis of Wave Fields of Porous breakwater  
Using the Numerical Wave Channel

指導教授 金 度 三

2002年 8月

韓國海洋大學校 海事産業大學院

土木環境工學科 金 魯 國

# Analysis of Wave Fields of Porous breakwater Using the Numerical Wave Channel

by  
No Guk Kim

*Graduate School of Maritime Industrial Studies  
Korea Maritime University*

## ABSTRACT

Porous breakwater is used widely up to now because of several advantages that it can reduce wave run-up, reflected wave and wave pressure acting on structure. In this study, wave transformations by a porous breakwater and fluid velocity fields in and around the porous body are performed in the two-dimensional numerical wave channel based on the volume of fluid method (VOF ; Hirt and Nichols, 1981). From the result of fluid velocity fields, confirmed that calm sea area happens behind breakwater by energy dissipation due to the wave breaking and fluid resistance in porous body and from the analysis of the spatial wave profile, investigated characteristic of wave transformation by form of porous breakwater.

# 數値波動水槽를 이용한 透過性防波堤의 周邊波動場 解析에 관한 研究

김 노 국

한국해양대학교 해사산업대학원  
토목·환경공학과

## 요 약

투과성방파제는 불투과성방파제에 비해 구조물에서의 파의 쳐오름을 감소시킬 수 있고 구조물에 의한 반사파를 줄일 수 있을 뿐 아니라 구조물에 작용하는 파력의 크기가 적다는 장점이 있어 오늘날에도 널리 이용되고 있다. 본 연구는 이러한 투과성방파제에 의한 파랑변형 및 방파제 투과층 및 주변유속장의 고정도 해석을 위해 수면변동을 추적하는 Hirt and Nichols(1981)가 제안한 VOF(Volume of fluid)법에 사용하여 투과성방파제가 설치된 2차원수치 파동수조내에서 파랑변형과정을 고찰하였다. 유속장해석으로부터 투과층에서의 쇄파에 의한 에너지소산과 유체저항으로 인해 방파제 후면에서 정온한 해역이 발생함을 확인하였고 공간파형분포의 고찰을 통해 투과성방파제의 형태에 따른 파형변화의 특징을 고찰하였다.

# 目 次

ABSTRACT .....	i
요약 .....	ii
목차 .....	iii
LIST OF FIGURES .....	vi
NOMENCLATURE .....	viii
 제 1장 서론 .....	 1
1.1 본 연구의 배경 .....	1
1.2 기존의 연구 .....	2
1.3 본 연구의 목적 .....	2
1.4 본 연구의 구성 .....	2
 제 2장 수치해석이론의 배경 .....	 4
2.1 수치해석이론 .....	4
2.1.1 기초방정식 .....	4
2.1.2 체적공극율과 면적공극율의 정의 .....	6
2.1.3 유체저항 .....	8
(1) 관성력 .....	8
(2) 항력 .....	8
2.1.5 엇갈린 격자의 채움 .....	11
2.1.5 기초방정식의 이산화 .....	12
(1) 연속방정식의 이산화 .....	12
(2) 운동방정식의 이산화 .....	12
2.1.6 SOLA SCHEME .....	26
2.2 VOF법의 이론적 배경 .....	29
2.2.1 VOF함수의 유도 .....	18
2.2.2 VOF함수에 의한 자유표면의 모델링 .....	30
2.2.3 VOF함수에 의한 자유표면의 판정 .....	31
2.2.4 VOF함수의 수치계산 .....	33
2.3 경계조건 .....	36



2.3.1 자유표면에서의 경계조건 .....	36
(1)유속경계조건 .....	36
(2)압력경계조건 .....	37
2.3.2 개 경계조건 .....	38
2.3.3 그 외의 경계조건 .....	39
2.4 조파조건 .....	40
2.5 안정조건 .....	40
 <b>제 3장 해석결과</b> .....	 42
3.1 수치모델링의 검증 .....	42
3.1.1 조파파형검증 .....	42
3.1.2 실험결과와의 파형비교 .....	44
3.2 수치해석결과 .....	47
3.2.1 투과성 방파제의 유체입자속도장 .....	47
3.2.2 공간파형의 검토 .....	65
 <b>제 4장 결론</b> .....	 70
<b>&lt;참고문헌&gt;</b> .....	71

# 제 1장. 서론

## 1.1 본 연구의 배경

해상의 파랑은 거대한 에너지를 가지고 있으므로 이러한 파랑의 에너지가 항만이나 연안에 유입될 경우 엄청난 파괴력을 가진다. 따라서 항만시설과 선박의 보호 뿐 아니라 연안의 침식과 변형을 방지하기 위해서는 파랑의 에너지 유입을 효과적으로 차단하기 위한 방파제의 건설이 반드시 요구된다. 이러한 방파제는 보호층 없이 사석으로만 건설되었던 초기의 방파제에서부터 다양한 형태의 케이슨과 기존의 사석방파제를 혼합한 형태인 혼성방파제, 타이어, 강재 등의 다양한 재료를 이용한 방파제 및 부유식방파제에 이르기까지 효과적인 파랑의 제어를 위해 다양한 형태로 발전되어 왔다.

본 연구에서는 이러한 여러 가지 형태의 방파제 중에서 일반적으로 잘 알려진 사석 방파제를 포함한 투과성방파제를 대상으로 한다. 사석방파제 뿐 아니라 케이슨 등의 다른 구조물과 혼합하여 다양한 형태로 시공될 수 있는 투과성방파제는 불투과성방파제에 비해 다음의 몇가지 장점을 갖는다.

- ① 구조물에서의 파의 쳐오름을 감소시킬 수 있다.
- ② 구조물에 의한 반사파를 줄일 수 있다.
- ③ 구조물에 작용하는 파력의 크기가 작다.

지금까지 투과성방파제에 대한 파랑제어 성능의 검토를 위한 많은 수리모형실험이 행하여져 왔다. 그러나 수리모형실험은 많은 시간과 비용이 많이 소요되고 대상구조물에 대해 제한적이므로 효과적인 해석을 수행하기 위해서는 고정도의 결과치를 산출할 수 있는 수치해석모델이 요구된다.

## 1.2 既存의 研究

최근들어 투과층을 포함한 파동장의 해석을 위한 다양한 수치실험이 행하여지고 있다. 대표적인 연구예로 Sollit and Cross(1972)와 Madsen(1974)은 직사각형의 투과층내의 관성력과 항력항을 포함한 선형모델을 제안하였고 이후 Sulisz(1985)는 Green

함수에 기초한 적분방정식과 고유함수전개법을 병행한 Hybrid법을 이용하여 복수투과층(multi-layers)을 갖는 임의 단면의 투과성방파제에 대한 해석을 수행하였다. 또한 Dalrymple 등(1991)과 김도삼(2000)은 구조물에 경사입사하는 파랑에 대해서도 해석하였다.

하지만 상기의 수치해석법들은 포텐셜이론에 기초하고 있으므로 비선형성이 강한 파동장에서의 해석은 결과치에 많은 오차를 포함시킬 수 있다. 따라서 투과성 방파제에 대한 보다 고정도의 해석을 위해서는 투과층내의 비선형성을 포함한 강비선형 해석이 요구된다.

### 1.3 本 研究의 目的

최근 자유수면을 갖는 유체의 해석을 위해 Hirt and Nichols(1981)가 제안한 수치해석 기법인 VOF법(Volume of Fluid ; 이하 VOF법)이 다양한 학문분야에서 활용되고 있다. 해안공학 분야에서는 파·지반·구조물과의 상호작용해석(蔣 등, 2000) 및 잠제상에 작용하는 불규칙파의 파력특성의 해석(許 등, 2000)에 적용되고 있고 국내에서도 김도삼 등(2001)이 VOF법을 이용하여 불투과성 잠제에 대한 파동장의 해석을 수행하였다.

본 연구에서는 자유수면의 추적기법인 상기의 VOF법에 기초하여 파의 재반사를 방지하기 위한 개경계처리기법으로 해석영역의 양쪽에 Hinatsu(1992)가 제안한 가상부가감쇠영역(added fictitious dissipation zone)을 설치하고 수치조파를 위해 해석영역 내에 line-source를 설치하는 Brorsen and Larsen(1987)의 수치조파방법을 사용하는 2차원 수치파동수조를 고려한다. 이상의 수치파동수조내에 투과성 방파제를 설치하고 구조물에 의한 파동장의 해석으로부터 수치파동수조의 적용성을 검토하고 더불어 투과성 방파제에 의한 파동장의 특성과 파랑변형 등에 관해 고찰함을 본 연구의 목적으로 한다.

### 1.4 本 研究의 構成

본 연구의 구성은 제 1장에서 본 연구의 배경과 목적 및 기존의 연구 예(例)와 본 연구의 구성에 대해 서술한다.

제 2장에서는 투과성 방파제에 대한 2차원차동장의 해석을 위한 기초방정식, 자유 수면의 거동을 추적하기 위한 VOF법, 경계조건, 조파조건 등에 대한 이론을 전개한다.

제 3장에서는 수치해석으로부터 투과성 방파제에 대한 수치파동수조의 적용성을 검토하고 이를 근거로 하여 구조물에 의한 주변 파동장의 해석을 수행한다.

제 4장에서는 제 3장의 수치해석으로부터 얻어진 주요한 결과를 요약하여 본 연구의 결론으로 한다.

끝으로 본 연구에서 중요하게 인용된 참고문헌을 수록한다.

## 제 2장. 수치해석의 이론적 배경

### 2.1 수치해석이론

#### 2.1.1 기초방정식

투과성 방파제에 대한 파랑변형을 해석하기 위해 Fig. 2.1과 같은 수치파동수조를 고려한다. 수치파동수조는 해석영역 양쪽에 반사파를 소멸시키기 위한 가상부가감쇠 영역(added fictitious dissipation zone)을 설치하고 유체영역에 line-source를 설치하여 입사파를 조파시키는 것으로 한다. 유체를 비압축성 · 점성유체라고 가정하면 투과성 방파제의 해석을 위한 기초방정식은 조파 source로 인한 Poisson방정식인 식 (2.1)의 연속방정식과 유체의 점성이 고려된 운동방정식 (2.2), (2.3)으로 구성된다.

$$\frac{\partial(\gamma_x u)}{\partial x} + \frac{\partial(\gamma_z w)}{\partial z} = S^* \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \gamma_v \frac{\partial u}{\partial t} + \gamma_x u \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma_z w \frac{\partial u}{\partial z} = & -\gamma_v \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - M_x - R_x \\ & + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z \tau_{zx}}{\partial z} \right) - \frac{2\nu}{3} \frac{\partial \gamma_x S^*}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \gamma_v \frac{\partial w}{\partial t} + \gamma_x u \frac{\partial w}{\partial x} + \gamma_z w \frac{\partial w}{\partial z} = & -\gamma_v g_z - \gamma_v \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - M_z - R_z \\ & + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z \tau_{zz}}{\partial z} \right) - \frac{2\nu}{3} \frac{\partial \gamma_z S^*}{\partial z} - \lambda w \end{aligned} \quad (2.3)$$

여기서,  $S^* = S(z, t)\delta(x - x_s)$ 로 조파위치  $x = x_s$ 에서의 조파 source의 밀도,  $\delta$ 는 dirac delta 함수,  $u, w$ 는 각각 유체의  $x, z$  방향의 속도,  $\rho$ 는 유체의 밀도,  $p$ 는 압력,  $g_z$ 는 중력가속도,  $\lambda$ 는 부가감쇠영역에서의 감쇠계수,  $\gamma_v$ 는 체적공극율,  $\gamma_x, \gamma_z$ 는 각각  $x, z$ 방향의 면적공극율,  $M_x, M_z$ 는 관성력항,  $R_x, R_z$ 는 항력항으로 투과층내부의 저항을 표현한다.

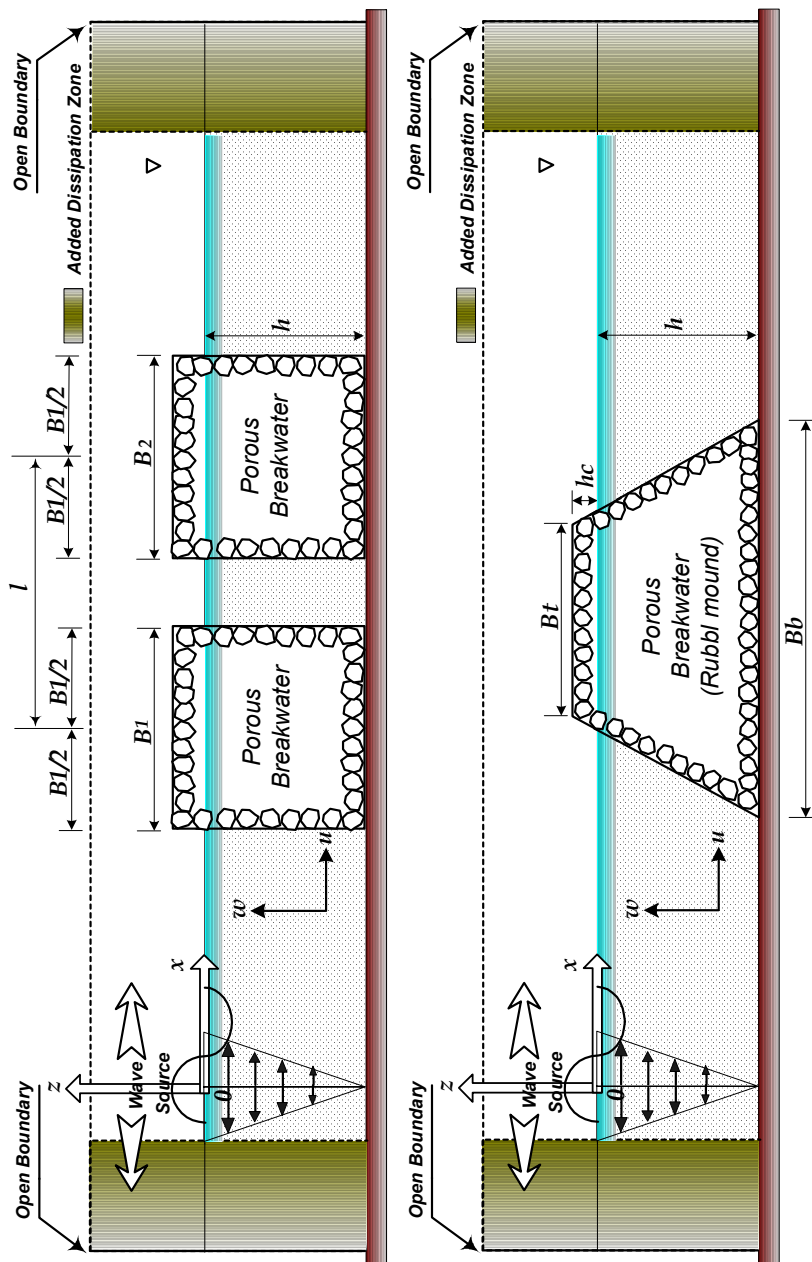


Fig. 2.1 Definition Sketch for analysis of Porous Breakwater

다음으로 자유표면의 형상을 추적하기 위해 Hirt and Nichols(1981)가 제안한 VOF 함수  $F(x, z, t)$ 를 도입한다(이하  $F$ ). VOF 함수  $F$ 는  $0 \leq F \leq 1$ 의 값을 갖고 이러한 VOF 함수  $F$ 에 대한 이류방정식은 식 (2.4)와 같다.

$$\frac{\partial(\gamma_v F)}{\partial t} + \frac{\partial(\gamma_x u F)}{\partial x} + \frac{\partial(\gamma_z w F)}{\partial z} = FS^* \quad (2.4)$$

### 2.1.2 체적공극율과 면적공극율의 정의

Fig. 2.2와 같은 체적요소  $\delta V (= \delta x \delta y \delta z)$ 의 유체가 차지하는 체적을  $\delta V_f$ 로 정의하면 체적요소  $\delta V$ 에 대한 체적공극율은 식 (2.5)와 같다.

$$\gamma_v = \frac{\delta V_f}{\delta V} = \frac{\delta V_f}{\delta x \delta y \delta z} = \frac{\delta x \delta y \delta z - \text{solid volume}}{\delta x \delta y \delta z} \quad (2.5)$$

또한 Fig. 2.3과 같은 면적요소  $\delta S$ 의 유체가 차지하는 면적을 각 방향에 대해  $\delta S_x$ ,  $\delta S_y$ ,  $\delta S_z$ 로 정의하면 면적공극율은 다음과 같다.

$$\gamma_x = \frac{\delta S_x}{\delta y \delta z} = \frac{\delta y \delta z - \{\text{solid surface area}\}}{\delta y \delta z} \quad (2.6)$$

$$\gamma_y = \frac{\delta S_y}{\delta x \delta z} = \frac{\delta x \delta z - \{\text{solid surface area}\}}{\delta x \delta z} \quad (2.7)$$

$$\gamma_z = \frac{\delta S_z}{\delta x \delta y} = \frac{\delta x \delta y - \{\text{solid surface area}\}}{\delta x \delta y} \quad (2.8)$$

본 연구는 2차원 파동장을 대상으로 하므로  $\gamma_y$ ,  $\delta y$ 를 무시한다.

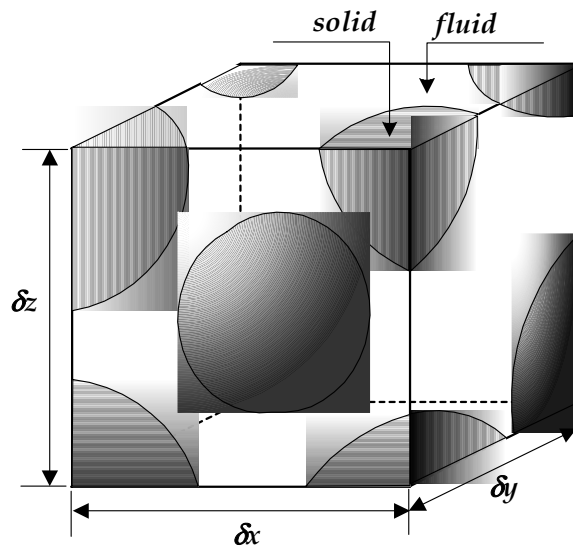


Fig. 2.2 Porosity

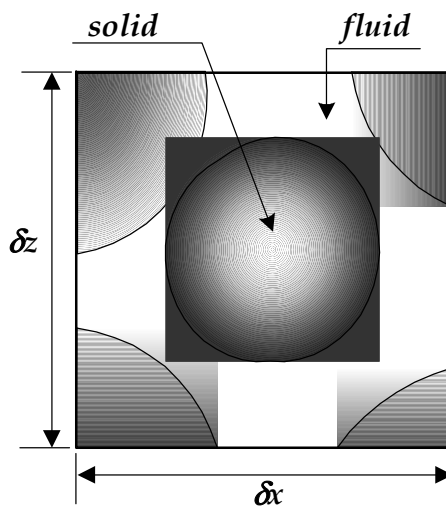


Fig. 2.3 Surface permeability



## 2.1.3 유체저항

### (1) 관성력

유체저항은 유체중의 구조물로부터 받는 관성력과 항력으로 대별된다. 그 중 관성력항은 다음식으로 표현된다.

$$M_x = (1 - \gamma_v) C_M \frac{Du}{Dt} = (1 - \gamma_v) C_M \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \quad (2.9)$$

$$M_z = (1 - \gamma_v) C_M \frac{Dw}{Dt} = (1 - \gamma_v) C_M \left\{ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right\} \quad (2.10)$$

여기서  $C_M$ 은 관성력계수로  $C_M = 1 + \chi$ 로 표현되고  $\chi$ 는 부가질량계수이다. 일반적으로  $C_M$ 의 정확한 값을 산정하기 위해서는 수리실험이 요구되지만 투과층 공극중의 유체의 일부, 혹은 전부가 부가질량이 되는 것으로 간주하면 부가질량계수  $\chi$ 는 식 (2.11)의 범위를 취할 수 있고 이로써 관성력계수  $C_M$ 은 식 (2.12)의 범위를 취할 수 있다.

$$0 \leq \chi \leq \frac{\gamma_v}{1 - \gamma_v} \quad (2.11)$$

$$1 \leq C_M \leq \frac{1}{1 - \gamma_v} \quad (2.12)$$

투과층내의 공극율  $\gamma_v = 0.4$ 로 하면 관성력 계수는 식 (2.12)로부터  $1 \leq C_M \leq 1.67$ 의 범위를 갖는다. 본 연구에서는 투과층을 구성하는 사석을 지름이 일정한 구로 가정하고 관성력 계수  $C_M = 1.5$ 를 적용하였다.

### (2) 항력

항력항에 관해서는 다음과 같은 식 (2.13)의 Dupit-Forchheimer형 저항법칙이 있다.

$$\begin{cases} R_x = f_l u + f_r w \\ R_z = f_l w + f_r u \end{cases} \quad (2.13)$$

여기서,  $u, w$ 는 각 방향으로의 침투속도이고,  $f_l, f_r$ 은 각각 층류저항계수와 난류저항계수이고 실험으로부터 산정된다.

Ward(1964)는 입경이 큰 자갈층내의 정상류에 대한 압력손실항에 대해 식 (2.14)를 제안하였다.

$$-\frac{1}{\rho} \nabla (p + \rho g z) = \frac{\nu \gamma_v \mathbf{q}}{K_p} + \frac{C_f \gamma_v^2}{\sqrt{K_p}} |\mathbf{q}| \mathbf{q} \quad (2.14)$$

여기서  $\mathbf{q}$ 는 투과층내의 침투속도벡터로  $\mathbf{q} = (u, w)$ 이고,  $\nu$ 는 동점성계수,  $C_f$ 는 무차원난류저항계수,  $K_p$ 는 투수계수이다.

식 (2.14)와 같이 손실항은 유속의 2승에 비례한다. 그러나 지금까지의 포텐셜이론에 의한 파동장해석에서는 해석적인 해를 얻기 위해 Laurentz의 등가일의 법칙을 이용하여 비선형항을 선형화시키고 있다. 본 연구에서는 실제현상에 보다 가까운 형태로 모델화하기 위해 항력항을 비선형항으로 도입하고 있는 榊山 와 鹿島(1992)의 항력항을 도입한다.

$x$ 방향에 작용하는 항력항은 고체를 포함한 미소요소  $\delta x \delta z$ 에 균등하게 작용하는 등가저항으로 간주하면 식 (2.15)로 정의된다.

$$R_x \delta x \delta z \equiv \int \int (\tau_{xx} dA_x + \tau_{xz} dA_z) \quad (2.15)$$

여기서  $dA_x, dA_z$ 는 각각 전단력  $\tau_{xx}, \tau_{xz}$ 가 작용하는 미소면적이다.  $\tau_{xx}, \tau_{xz}$ 를 미소요소  $\delta x, \delta z$ 내에서 일정하다고 가정하면 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$\begin{cases} \int \int dA_x \propto (1 - \gamma_x) \delta z \\ \int \int dA_z \propto (1 - \gamma_z) \delta x \end{cases} \quad (2.16)$$

또한 층류적인 저항에 비해 난류적인 저항이 지배적이고 전단응력은 유속의 2승에 비례한 형태로 나타나므로 전단응력  $\tau_{xx}$ 는 식 (2.17)로 표현된다.

$$\tau_{xx} = \frac{1}{2} \rho C_D u \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2.17)$$

여기서  $C_D$ 는 항력계수이다. 식 (2.16)과 식 (2.17)의 관계를 이용하면 각 방향에 작용하는 항력은 다음과 같다.

$$R_x = \frac{1}{2\delta x} \rho C_D (1 - \gamma_x) u \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2.18)$$

$$R_z = \frac{1}{2\delta z} \rho C_D (1 - \gamma_z) w \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2.19)$$

식 (2.9), (2.10)의 관성력항과 식 (2.18), (2.19)의 항력항을 운동방정식 (2.2), (2.3)에 대입하면 다음의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \zeta_v \frac{\partial u}{\partial t} + \zeta_x u \frac{\partial u}{\partial x} + \zeta_z w \frac{\partial u}{\partial z} = & -\gamma_v \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{2\delta x} \rho C_D (1 - \gamma_x) u \sqrt{u^2 + w^2} \\ & + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z \tau_{zx}}{\partial z} \right) - \frac{2\nu}{3} \frac{\partial \gamma_x S^*}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \zeta_v \frac{\partial w}{\partial t} + \zeta_x u \frac{\partial w}{\partial x} + \zeta_z w \frac{\partial w}{\partial z} = & -\gamma_v g_z - \gamma_v \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \\ & - \frac{1}{2\delta z} \rho C_D (1 - \gamma_z) w \sqrt{u^2 + w^2} \\ & + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z \tau_{zz}}{\partial z} \right) - \frac{2\nu}{3} \frac{\partial \gamma_v S^*}{\partial z} - \lambda w \end{aligned} \quad (2.21)$$

여기서

$$\begin{cases} \zeta_v = \gamma_v + (1 - \gamma_v)C_M \\ \zeta_x = \gamma_x + (1 - \gamma_v)C_M \\ \zeta_z = \gamma_z + (1 - \gamma_v)C_M \end{cases} \quad (2.22)$$

#### 2.1.4 엇갈린격자의 채용

본 수치해석기법은 유한차분법에 기초를 두고 있으므로 Fig. 2.1의 계산영역을 크기가 일정한 직사각형의 격자로 분할하고 격자 주위에는 직접 계산에 이용되지는 않지만 경계처리에 필요한 가상셀을 둔다. 또한 각 셀에서의 유속  $u, w$ 를 각각 셀 경계인 오른쪽과 위쪽에 위치시키고, 압력  $p$ , 조파 source  $S$  및 VOF함수  $F$ 를 각각 셀 중앙에 위치시키는 Fig. 2.4와 같은 엇갈린격자(staggered mesh)를 채용한다.

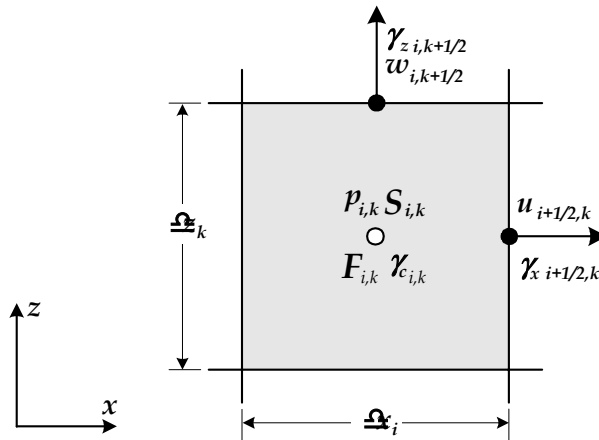


Fig. 2.4 Location of the variables in a cell

## 2.1.5 기초방정식의 이산화

### (1) 연속방정식의 이산화

연속방정식을 셀 중앙에서 2차정도의 중앙차분근사시키면 다음과 같이 이산화된다.

$$\left[ \frac{(\gamma_x)_{i+1/2,k} u_{i+1/2,k}^{n+1} - (\gamma_x)_{i-1/2,k} u_{i-1/2,k}^{n+1}}{\delta x_i} + \frac{(\gamma_z)_{i,k+1/2} w_{i,k+1/2}^{n+1} - (\gamma_z)_{i,k-1/2} w_{i,k-1/2}^{n+1}}{\delta z_k} \right] = S_{i,k}^{*n+1} \quad (2.23)$$

여기서 윗첨자는 시간스텝을, 아래첨자는 공간스텝을 나타낸다.

### (2) 운동방정식의 이산화

운동방정식에 대해서 시간항에 전진차분근사를, 이류항에는 수치확산을 제어하기 위해 1차정도의 상류차분(upstream difference)과 2차정도의 중앙차분을 혼합한 증여(donor) 차분근사를, 나머지에 중앙차분근사시키는 양해법(explicit method)을 도입한다. 식 (2.20)과 식 (2.21)에 대한 차분식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{(\zeta_v u)_{i+1/2,k}^{n+1} - (\zeta_v u)_{i+1/2,k}^n}{\delta t} + \left( \zeta_x u \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1/2,k}^n + \left( \zeta_z w \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i+1/2,k}^n \\ & = - \left( \gamma_v \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+1/2,k}^n - \left\{ \frac{1}{2\delta x} \rho C_D (1 - \gamma_x) u \sqrt{u^2 + w^2} \right\}_{i+1/2,k}^n \\ & + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z \tau_{zx}}{\partial z} \right)_{i+1/2,k}^n - \frac{2\nu}{3} \left( \frac{\partial \gamma_x S^*}{\partial x} \right)_{i+1/2,k}^n \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{(\zeta_v w)_{i,k+1/2}^{n+1} - (\zeta_v w)_{i,k+1/2}^n}{\delta t} + \left( \zeta_x u \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i,k+1/2}^n + \left( \zeta_z w \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k+1/2}^n \\
& = -(\gamma_v)_{i,k+1/2} g_z - \left( \gamma_v \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right)_{i,k+1/2}^n - \left\{ \frac{1}{2\delta z} \rho C_D (1 - \gamma_z) w \sqrt{u^2 + w^2} \right\}_{i,k+1/2}^n \\
& \quad + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z \tau_{zz}}{\partial z} \right)_{i,k+1/2}^n - \frac{2\nu}{3} \left( \frac{\partial \gamma_z S^*}{\partial z} \right)_{i,k+1/2}^n - (\lambda w)_{i,k+1/2}^n
\end{aligned} \tag{2.25}$$

►  $x$ 방향의 운동방정식에 대한 이산화

● 이류항

상류차분(upstream difference)은 운동방정식의 이류항의 계산시에 발생할 수 있는 수치확산을 제어하기 위한 목적으로 풍상차분(upwind-difference)으로도 알려져 있다. 이러한 상류차분은 튜브와 탱크모델에 기초를 두고 있다고 알려져 있으며(Patanker S. V, 1980) 이에 대한 개념을 Fig. 2.5에 나타낸다.

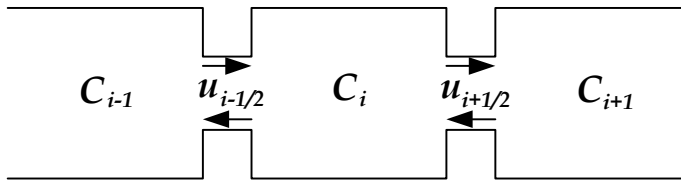


Fig. 2.5 Model of upstream difference

Fig. 2.5에서의  $C$ 는 셀내에서의 물리량을 나타내며 첨자는 각각의 셀을 나타낸다. 엇갈린격자의 채움으로 셀( $i$ )에서의 유속은  $u_{i+1/2,k}$ ,  $u_{i-1/2,k}$ 로 된다. 셀내의 물리량  $C$ 가 경계면에서의 유속의 의해 이루어진다고 하면 유속의 방향에 의해 물리량  $C$ 의 값은 결정된다.

이러한 상류차분을 식 (2.24)의 이류항  $\left( \zeta_x u \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1/2,k}$ 에 대해 적용하면 Fig.

2.5의 물리량  $C$ 는  $\frac{\partial u}{\partial x}$ 로 고려될 수 있고  $\frac{\partial u}{\partial x}$ 의 값은 유속  $u_{i+1/2,k}$ 의 방향에 의해 결정되어야 한다.  $u_{i+1/2,k}$ 의 방향을 좌측에서 우측으로 향하는 방향을 정(正)의 방향으로 하여 방향에 따른 상류차분을 고려하면 식 (2.26), (2.27)과 같다.

$$\text{If } u_{i+1/2,k} > 0 \text{ then } (\zeta_x)_{i+1/2,k} u_{i+1/2,k} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,k} \quad (2.26)$$

$$\text{If } u_{i+1/2,k} < 0 \text{ then } (\zeta_x)_{i+1/2,k} u_{i+1/2,k} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1,k} \quad (2.27)$$

다음으로 이류항에 대한 중앙차분은 식 (2.28)과 같다.

$$\left( \zeta_x u \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1/2,k} = \frac{(\zeta_x u)_{i+1/2,k}}{\delta x_i + \delta x_{i+1}} \left[ \delta x_i \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1,k} + \delta x_{i+1} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,k} \right] \quad (2.28)$$

이상의 이류항에 대한 상류차분과 중앙차분을 모두 고려하기 위해 매개변수  $\alpha$ 를 도입하여 식 (2.26)과 식 (2.27), (2.28)을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (\zeta_x)_{i+1/2,k} \frac{u_{i+1/2,k}}{\delta x_{\alpha 1}} & \left[ \delta x_i \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1,k} + \delta x_{i+1} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,k} \right. \\ & \left. + \alpha \operatorname{sgn}(u_{i+1/2,k}) \left\{ \delta x_{i+1} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,k} - \delta x_i \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1,k} \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\delta x_{\alpha 1} = \delta x_i + \delta x_{i+1} + \alpha \operatorname{sgn}(u_{i+1/2,k}) (\delta x_{i+1} - \delta x_i) \quad (2.30)$$

여기서,  $\alpha = 1$ 일 경우는 *courant* 조건을 만족하면 안정성을 확보할 수 있는 1차정도의 상류차분(upstream difference)이 되고  $\alpha = 0$ 일 경우는 정도는 높지만 불안정성이 증가하는 2차정도의 중앙차분이 된다.

식 (2.24)의 이류항  $\left( \zeta_z w \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1/2,k}$ 에 대해서도 동일한 차분 scheme을 적용할 수 있고 셀내에서 정의되지 않는  $(\zeta_z)_{i+1/2,k}$ 과  $w_{i+1/2,k}$ 는 유속  $u_{i+1/2,k}$ 의 정의

위치에서의 연직방향의 면적공극율과 유속성분으로 이의 값에 대해서는 Fig. 2.6의 주변값의 평균치를 적용한다.

$$(\zeta_z)_{i+1/2,k} = \frac{1}{4} \{ (\zeta_z)_{i+1,k+1/2} + (\zeta_z)_{i,k+1/2} + (\zeta_z)_{i+1,k-1/2} + (\zeta_z)_{i,k-1/2} \} \quad (2.31)$$

$$w_{i+1/2,k} = \frac{1}{4} \{ w_{i+1,k+1/2} + w_{i,k+1/2} + w_{i+1,k-1/2} + w_{i,k-1/2} \} \quad (2.32)$$

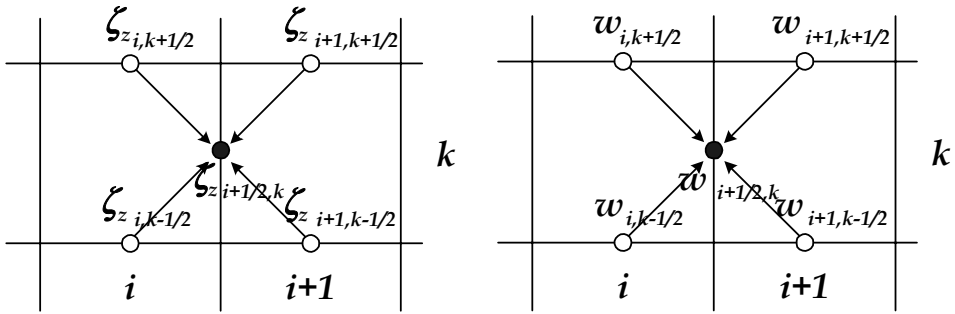


Fig. 2.6 Application of  $(\zeta_z)_{i+1/2,k}$  and  $w_{i+1/2,k}$

본 연구는 해석영역의 양쪽에 격자간격을 변화시키면서 파를 흡수하는 부가감쇠영역을 설치하고 있으므로 식 (2.31)과 식 (2.32)에 격자간격을 고려하면 식 (2.33), (2.34)와 같이 고려될 수 있다.

$$(\zeta_z)_{i+1/2,k} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta x_i (\zeta_z)_{i+1,k+1/2} + \delta x_{i+1} (\zeta_z)_{i,k+1/2}}{\delta x_i + \delta x_{i+1}} + \frac{\delta x_i (\zeta_z)_{i+1,k-1/2} + \delta x_{i+1} (\zeta_z)_{i,k-1/2}}{\delta x_i + \delta x_{i+1}} \right\} \quad (2.33)$$



$$w_{i+1/2,k} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta x_i w_{i+1,k+1/2} + \delta x_{i+1} w_{i,k+1/2}}{\delta x_i + \delta x_{i+1}} + \frac{\delta x_i w_{i+1,k-1/2} + \delta x_{i+1} w_{i,k-1/2}}{\delta x_i + \delta x_{i+1}} \right\} \quad (2.34)$$

### ● 압력항

압력항의 체적공극율  $(\gamma_v)_{i+1/2,k}$ 는 수평유속의 정의 위치에 있어서의 공극율이므로 셀  $(i,k)$ 와 셀  $(i+1,k)$ 의 체적공극율의 평균치를 사용한다.

$$(\gamma_v)_{i+1/2,k} = \frac{\delta x_{i+1}(\gamma_v)_{i,k} + \delta x_i(\gamma_v)_{i+1,k}}{\delta x_i + \delta x_{i+1}} \quad (2.35)$$

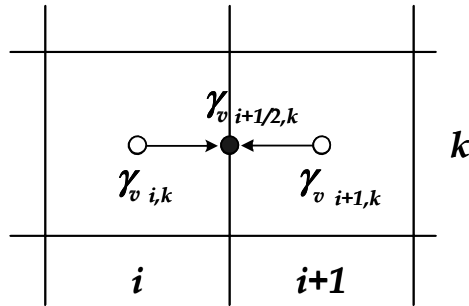


Fig. 2.7 Application of  $(\gamma_v)_{i+1/2,k}$

체적공극율에 대해 식 (2.35)를 이용하고 압력에 대해서 중앙차분을 고려하면 압력항에 대한 이산화는 식 (2.36)과 같다.

$$\left( \gamma_v \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+1/2,k} = (\gamma_v)_{i+1/2,k} \frac{2}{\rho} \left( \frac{p_{i+1,k} - p_{i,k}}{\delta x_i + \delta x_{i+1}} \right) \quad (2.36)$$

● 점성향

점성향  $\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z \tau_{zx}}{\partial z} \right)_{i+1/2, k}$  의 이산화는 각 항에 공간에 대한 중앙차분을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xx}}{\partial x} \right)_{i+1/2, k} &= 2\nu \left( \gamma_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{i+1/2, k} \\ &= 2\nu \left[ \frac{1}{\delta x_{i+1/2}} \left\{ (\gamma_x)_{i+1, k} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1, k} - (\gamma_x)_{i, k} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i, k} \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

여기서  $(\gamma_x)_{i+1, k}$ ,  $(\gamma_x)_{i, k}$  는 인접한 면적공극율의 평균치를 사용한다.

$$(\gamma_x)_{i+1, k} = \frac{1}{2} \{ (\gamma_x)_{i+1/2, k} + (\gamma_x)_{i+3/2, k} \} \quad (2.38)$$

$$(\gamma_x)_{i, k} = \frac{1}{2} \{ (\gamma_x)_{i+1/2, k} + (\gamma_x)_{i-1/2, k} \} \quad (2.39)$$

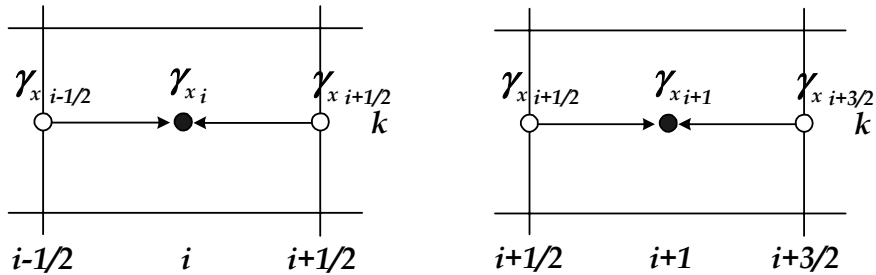


Fig. 2.8 Application of  $(\gamma_x)_{i, k}$  and  $(\gamma_x)_{i+1, k}$

동일하게  $\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_z \tau_{zx}}{\partial z} \right)_{i+1/2, k}$  에 대한 이산화식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_z \tau_{zx}}{\partial z} \right)_{i+1/2, k} &= \nu \left\{ \gamma_z \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\}_{i+1/2, k} \\
&= \nu \frac{1}{\delta z_k} \left\{ \left( \gamma_z \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i+1/2, k+1/2} + \left( \gamma_z \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i+1/2, k+1/2} \right. \\
&\quad \left. - \left( \gamma_z \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i+1/2, k-1/2} - \left( \gamma_z \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i+1/2, k-1/2} \right\}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

여기서

$$\left( \gamma_z \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i+1/2, k+1/2} = (\gamma_z)_{i+1/2, k+1/2} \left( \frac{u_{i+1/2, k+1} - u_{i+1/2, k}}{\delta z_{k+1/2}} \right) \tag{2.41}$$

$$\left( \gamma_z \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i+1/2, k-1/2} = (\gamma_z)_{i+1/2, k-1/2} \left( \frac{u_{i+1/2, k} - u_{i+1/2, k-1}}{\delta z_{k-1/2}} \right) \tag{2.42}$$

$$\left( \gamma_z \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i+1/2, k+1/2} = (\gamma_z)_{i+1/2, k+1/2} \left( \frac{w_{i+1, k+1/2} - w_{i, k+1/2}}{\delta x_{i+1/2}} \right) \tag{2.43}$$

$$\left( \gamma_z \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i+1/2, k-1/2} = (\gamma_z)_{i+1/2, k-1/2} \left( \frac{w_{i+1, k-1/2} - w_{i, k-1/2}}{\delta x_{i+1/2}} \right) \tag{2.44}$$

윗식에서  $(\gamma_z)_{i+1/2, k+1/2}, (\gamma_z)_{i+1/2, k-1/2}$ 는 식 (2.38), (2.39)와 동일하게 인접한 면 적공극율의 평균치를 적용한다.

$$(\gamma_z)_{i+1/2, k+1/2} = \frac{1}{2} \{ (\gamma_z)_{i, k+1/2} + (\gamma_z)_{i+1, k+1/2} \} \tag{2.45}$$

$$(\gamma_z)_{i+1/2, k-1/2} = \frac{1}{2} \{ (\gamma_z)_{i, k-1/2} + (\gamma_z)_{i+1, k-1/2} \} \tag{2.46}$$

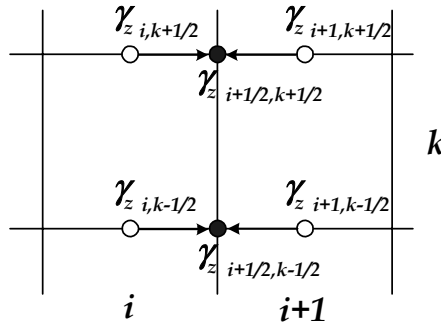


Fig. 2.9 Application of  $(\gamma_z)_{i+1/2, k+1/2}$  and  $(\gamma_z)_{i+1/2, k-1/2}$

### ● 항력항

항력항  $\left\{ \frac{1}{2\delta x} \rho C_D (1 - \gamma_x) u \sqrt{u^2 + w^2} \right\}_{i+1/2, k}$  을 이산화할 경우 문제시되는 항은 셀내에서 정의되지 않는  $x$ 방향 유속의 정의 위치에서의  $z$ 방향의 속도인  $w_{i+1/2, k}$  이다. 따라서  $w_{i+1/2, k}$  의 값에 대한 이산화는 앞서 언급한 식 (2.34)를 적용하면 압력 항에 대한 이산화는 식 (2.47)과 같다.

$$\left\{ \frac{1}{2\delta x} \rho C_D (1 - \gamma_x) u \sqrt{u^2 + w^2} \right\}_{i+1/2, k} \quad (2.47)$$

$$= \frac{\rho}{2\delta x_{i+1/2}} C_D (1 - (\gamma_x)_{i+1/2, k}) u_{i+1/2, k} \sqrt{u_{i+1/2, k}^2 + w_{i+1/2, k}^2}$$

### ● 소스(source)항

조파 source에 의한 source항의 이산화는 식 (2.48)과 같다.

$$\frac{2\nu}{3} \left( \frac{\partial \gamma_x S^*}{\partial x} \right)_{i+1/2, k} = \frac{2\nu}{3} \frac{\gamma_{x, i+1, k} S_{i+1, k}^{*n} - \gamma_{x, i, k} S_{i, k}^{*n}}{\delta x_{i+1/2}} \quad (2.48)$$

### ▶ $z$ 방향의 운동방정식에 대한 이산화

식 (2.25)의  $z$ 방향에 대한 운동방정식도 상기와 같은 동일한 방법으로 이산화를 수행한다.

● 이류항

$w_{i,k+1/2}$ 의 방향을 하측에서 상측으로 향하는 방향을 정(正)의 방향으로 하여 방향에 따른 상류차분을 고려하면 식 (2.49), (2.50)과 같다.

$$\text{If } w_{i,k+1/2} > 0 \text{ then } (\zeta_z)_{i,k+1/2} w_{i,k+1/2} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k} \quad (2.49)$$

$$\text{If } w_{i+1/2,k} < 0 \text{ then } (\zeta_z)_{i,k+1/2} w_{i,k+1/2} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k+1} \quad (2.50)$$

이류항에 대한 중앙차분은 식 (2.51)과 같다.

$$\left( \zeta_z w \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k+1/2} = \frac{(\zeta_z w)_{i,k+1/2}}{\delta z_k + \delta z_{k+1}} \left[ \delta z_k \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k+1} + \delta z_{k+1} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k} \right] \quad (2.51)$$

$x$ 방향 운동방정식의 이류항과 동일하게 상류차분과 중앙차분을 모두 고려하기 위해 매개변수  $\alpha$ 를 도입하여 다시 정리하면 식 (2.52)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (\zeta_z)_{i,k+1/2} \frac{w_{i,k+1/2}}{\delta z_{a2}} & \left[ \delta z_k \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k+1} + \delta z_{k+1} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k} \right. \\ & \left. + \alpha \operatorname{sgn}(w_{i,k+1/2}) \left\{ \delta z_{k+1} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k} - \delta z_k \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k+1} \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\delta z_{a2} = \delta z_k + \delta z_{k+1} + \alpha \operatorname{sgn}(w_{i,k+1/2})(\delta z_{k+1} - \delta z_k) \quad (2.53)$$

이류항  $\left( \zeta_x u \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i,k+1/2}$ 에 대해서도 동일한 차분 scheme을 적용하고  $(\zeta_x)_{i,k+1/2}$ 과  $u_{i,k+1/2}$ 은 유속  $w_{i,k+1/2}$ 의 정의 위치에서 주변값의 평균치인 식 (2.54), (2.55)를 적용한다.

$$\begin{aligned}
 (\zeta_x)_{i, k+1/2} = & \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta z_k (\zeta_x)_{i+1/2, k+1} + \delta z_{k+1} (\zeta_x)_{i+1/2, k}}{\delta z_k + \delta z_{k+1}} \right. \\
 & \left. + \frac{\delta z_k (\zeta_x)_{i-1/2, k+1} + \delta z_{k+1} (\zeta_x)_{i-1/2, k}}{\delta z_k + \delta z_{k+1}} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

$$\begin{aligned}
 u_{i, k+1/2} = & \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta z_k u_{i+1/2, k+1} + \delta z_{k+1} u_{i+1/2, k}}{\delta z_k + \delta z_{k+1}} \right. \\
 & \left. + \frac{\delta z_k u_{i-1/2, k+1} + \delta z_{k+1} u_{i-1/2, k}}{\delta z_k + \delta z_{k+1}} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

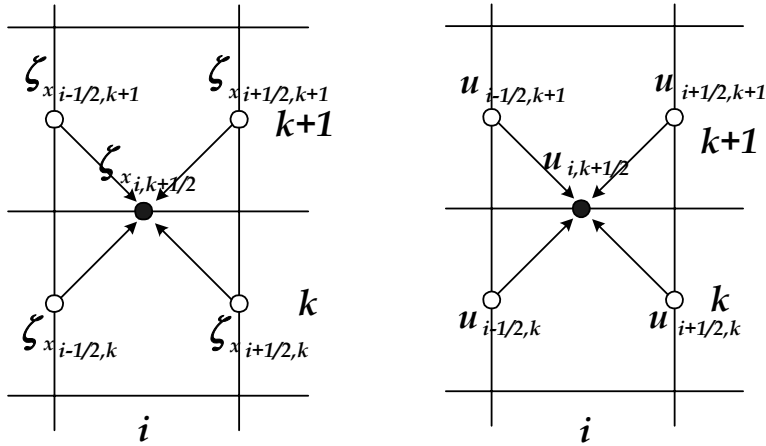


Fig. 2.10 Application of  $(\zeta_x)_{i, k+1/2}$  and  $u_{i, k+1/2}$

### ● 압력항

압력항의 체적공극율  $(\gamma_v)_{i, k+1/2}$ 는 연직유속의 정의 위치에 있어서의 공극율이므로 셀  $(i, k)$ 와 셀  $(i, k+1)$ 의 체적공극율의 평균치를 사용한다.

$$(\gamma_v)_{i, k+1/2} = \frac{\delta z_{k+1} (\gamma_v)_{i, k} + \delta z_k (\gamma_v)_{i, k+1}}{\delta z_k + \delta z_{k+1}} \tag{2.56}$$

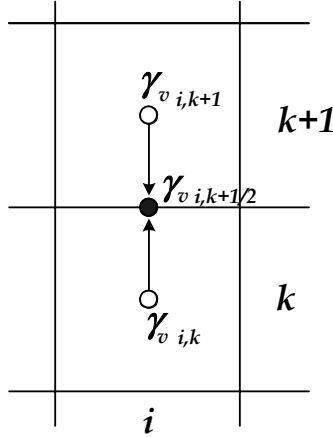


Fig. 2.11 Application of  $(\gamma_v)_{i,k+1/2}$

체적공극율에 대해 식 (2.56)을 이용하고 압력에 대한 중앙차분을 고려하면 압력항에 대한 이산화는 식 (2.57)과 같다.

$$\left( \gamma_v \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i,k+1/2} = (\gamma_v)_{i,k+1/2} \frac{2}{\rho} \left( \frac{p_{i,k+1} - p_{i,k}}{\delta z_k + \delta z_{k+1}} \right) \quad (2.57)$$

### ● 점성항

점성항  $\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z \tau_{zz}}{\partial z} \right)_{i,k+1/2}$  은 공간에 대해 중앙차분을 적용한다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_z \tau_{zz}}{\partial z} \right)_{i,k+1/2} &= 2\nu \left( \gamma_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)_{i,k+1/2} \\ &= 2\nu \left[ \frac{1}{\delta z_{k+1/2}} \left\{ (\gamma_z)_{i,k+1} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k+1} - (\gamma_z)_{i,k} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,k} \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.58)$$

여기서  $(\gamma_z)_{i,k+1}$ ,  $(\gamma_z)_{i,k}$  는 다음과 같은 인접한 면적공극율의 평균치를 사용한다.

$$(\gamma_z)_{i,k+1} = \frac{1}{2} \{ (\gamma_z)_{i,k+1/2} + (\gamma_z)_{i,k+3/2} \} \quad (2.59)$$

$$(\gamma_z)_{i,k} = \frac{1}{2} \{ (\gamma_z)_{i,k+1/2} + (\gamma_z)_{i,k-1/2,k} \} \quad (2.60)$$

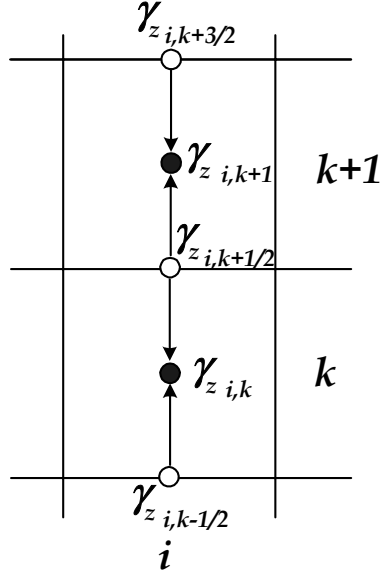


Fig. 2.12 Application of  $(\gamma_z)_{i,k+1}$  and  $(\gamma_z)_{i,k}$

동일하게  $\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xz}}{\partial x} \right)_{i,k+1/2}$  에 대한 이산화식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \gamma_x \tau_{xz}}{\partial x} \right)_{i,k+1/2} &= \nu \left\{ \gamma_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\}_{i,k+1/2} \\ &= \nu \frac{1}{\delta x_i} \left\{ \left( \gamma_x \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i+1/2,k+1/2} + \left( \gamma_x \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i+1/2,k+1/2} \right. \\ &\quad \left. - \left( \gamma_x \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i+1/2,k-1/2} - \left( \gamma_x \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i+1/2,k-1/2} \right\} \end{aligned} \quad (2.61)$$



여기서

$$\left(\gamma_x \frac{\partial u}{\partial z}\right)_{i+1/2, k+1/2} = (\gamma_x)_{i+1/2, k+1/2} \left( \frac{u_{i+1/2, k+1} - u_{i+1/2, k}}{\delta z_{k+1/2}} \right) \quad (2.62)$$

$$\left(\gamma_x \frac{\partial u}{\partial z}\right)_{i+1/2, k-1/2} = (\gamma_x)_{i+1/2, k-1/2} \left( \frac{u_{i+1/2, k} - u_{i+1/2, k-1}}{\delta z_{k-1/2}} \right) \quad (2.63)$$

$$\left(\gamma_x \frac{\partial w}{\partial x}\right)_{i+1/2, k+1/2} = (\gamma_x)_{i+1/2, k+1/2} \left( \frac{w_{i+1, k+1/2} - w_{i, k+1/2}}{\delta x_{i+1/2}} \right) \quad (2.64)$$

$$\left(\gamma_x \frac{\partial w}{\partial x}\right)_{i+1/2, k-1/2} = (\gamma_x)_{i+1/2, k-1/2} \left( \frac{w_{i+1, k-1/2} - w_{i, k-1/2}}{\delta x_{i+1/2}} \right) \quad (2.65)$$

윗식에서  $(\gamma_x)_{i+1/2, k+1/2}, (\gamma_x)_{i+1/2, k-1/2}$ 는 식 (2.59), (2.60)과 동일하게 인접한 면 적공극율의 평균치를 적용한다.

$$(\gamma_x)_{i+1/2, k+1/2} = \frac{1}{2} \{ (\gamma_x)_{i+1/2, k} + (\gamma_x)_{i+1/2, k+1} \} \quad (2.66)$$

$$(\gamma_x)_{i+1/2, k-1/2} = \frac{1}{2} \{ (\gamma_x)_{i+1/2, k} + (\gamma_x)_{i+1/2, k-1} \} \quad (2.67)$$

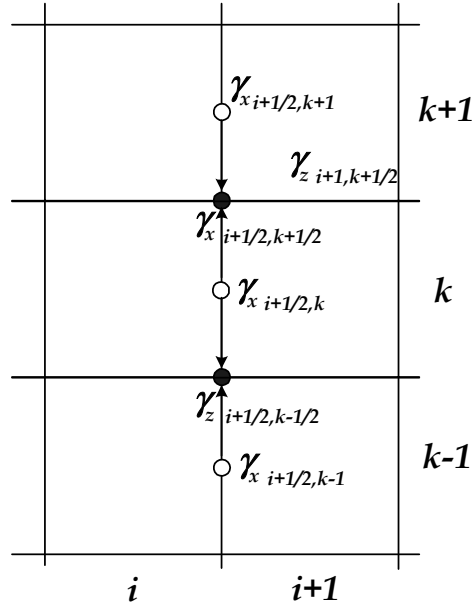


Fig. 2.13 Application of  $(\gamma_x)_{i+1/2, k+1/2}$  and  $(\gamma_x)_{i+1/2, k-1/2}$

### ● 항력항

항력항  $\left\{ \frac{1}{2\delta z} \rho C_D (1 - \gamma_z) w \sqrt{u^2 + w^2} \right\}_{i, k+1/2}$  을 이산화할 경우 문제시되는 항은  $x$ 방향의 항력항과 동일하게  $z$ 방향 유속의 정의 위치에서의  $x$ 방향의 속도인  $u_{i, k+1/2}$ 이다.  $u_{i, k+1/2}$ 의 값에 대해 식 (2.55)를 적용하면 압력항에 대한 이산화는 식 (2.68)과 같다.

$$\left\{ \frac{1}{2\delta z} \rho C_D (1 - \gamma_z) w \sqrt{u^2 + w^2} \right\}_{i, k+1/2} \quad (2.68)$$

$$= \frac{\rho}{2\delta z_{k+1/2}} C_D (1 - (\gamma_z)_{i, k+1/2}) w_{i, k+1/2} \sqrt{u_{i, k+1/2}^2 + w_{i, k+1/2}^2}$$

### ● 소스항

소스항에 대해서도 동일하게 공간에 대한 중앙차분을 적용하면 식 (2.69)와 같다.

$$\frac{2\nu}{3} \left( \frac{\partial \gamma_z S^*}{\partial z} \right)_{i,k+1/2} = \frac{2\nu}{3} \frac{\gamma_{z,i,k+1} S_{i,k+1}^{*n} - \gamma_{z,i,k} S_{i,k}^{*n}}{\delta z_{k+1/2}} - (\lambda w)_{i,k+1/2}^n \quad (2.69)$$

이상의  $n\delta t$  시간에 대한 각 방향의 이류항, 압력항, 점성항 및 소스항에 대한 이산화식을 식 (2.24)와 식 (2.25)에 대입하면  $(n+1)\delta t$  시간의 각 격자점에서의  $x, z$ 방향의 속도성분을 구할 수 있다.

### 2.1.6 SOLA Scheme

이상의 운동방정식을 이산화한 차분근사식에 의해 시간  $n\delta t$ 에서의 유속과 압력 등의 값으로 얻어지는 시간  $(n+1)\delta t$ 에서의 유속  $u_{i+1/2,k}^{n+1}$ 과  $w_{i,k+1/2}^{n+1}$ 이 연속방정식을 만족하도록 압력을 적당히 조절할 필요가 있다. 즉 식 (2.70)의 발산  $D_{i,k}$ 가  $D_{i,k}=0$ 이 되도록 유속  $u^{n+1}$ ,  $w^{n+1}$ 과 압력  $p^{n+1}$ 을 계산한다.

$$D_{i,k} = \left[ \frac{(\gamma_x u)_{i+1/2,k}^{n+1} - (\gamma_x u)_{i-1/2,k}^{n+1}}{\delta x_i} + \frac{(\gamma_z w)_{i,k+1/2}^{n+1} - (\gamma_z w)_{i,k-1/2}^{n+1}}{\delta z_k} - S_{i,k}^{*n+1} \right] \quad (2.70)$$

식 (2.70)에 있어서,  $D_{i,k} < 0$ 의 경우는 셀내로 질량이 유입 한다는 것을 의미한다. 그러므로 셀에 있어서 압력  $p_{i,k}$ 를 증가시켜 질량의 유입을 차단하여야 하고 반대로  $D_{i,k} > 0$ 일 경우에는 질량이 유입되도록 압력  $p_{i,k}$ 를 감소시켜야 한다. 따라서  $D_{i,k}$ 는 압력  $p_{i,k}$ 의 함수로 식 (2.71)과 같이 고려될 수 있다.

$$D_{i,k} = D(p_{i,k}) \quad (2.71)$$

식 (2.71)의  $D(p_{i,k})=0$ 의 해를 구하기 위해 Fig. 2.14의 Newton-Raphson 법을 이용한다.

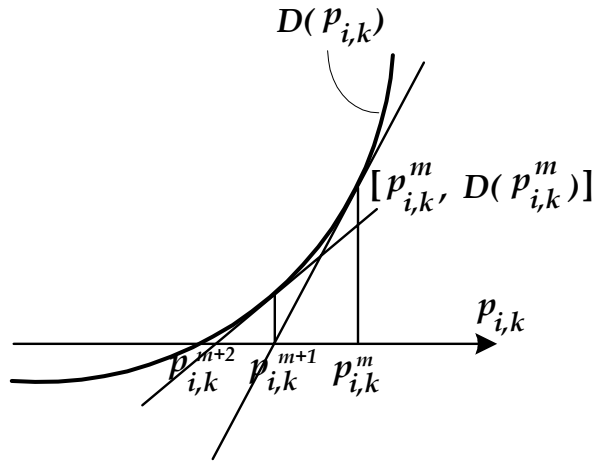


Fig. 2.14 Newton-Raphson method

Fig. 2.14에서  $D(p_{i,k})$ 의 함수상의 점  $[p_{i,k}^m, D(p_{i,k}^m)]$ 에서의 접선과  $P_{i,k}$  축과의 교점의 좌표를  $p_{i,k}^{m+1}$  이라고 하면 식 (2.72)를 얻을 수 있다.

$$\left( \frac{\partial D(p_{i,k}^m)}{\partial p_{i,k}} \right) = - \frac{D(p_{i,k}^m)}{p_{i,k}^{m+1} - p_{i,k}^m}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.72)$$

식 (2.74)를 정리하면 다음과 같다.

$$\delta p_{i,k}^m = p_{i,k}^{m+1} - p_{i,k}^m = - D(p_{i,k}^m) \left( \frac{\partial D(p_{i,k}^m)}{\partial p_{i,k}} \right)^{-1} \quad (2.73)$$

여기서 첨자  $m$ 은  $m$ 회번째의 반복계산을 나타낸다.

식 (2.73)은 식 (2.70)에 의해 발산  $D_{i,k}^m$ 가 계산되었을 때 조정되어야 하는 압력의 값을 나타내며 식 (2.24), (2.25)에 의해  $u^{n+1}, w^{n+1}$ 을 산정하고 식 (2.70)에 대입하여 발산  $D_{i,k}^m$ 를 구하고 압력  $p_{i,k}$ 로 편미분하면 식 (2.70)은 다음과 같다.

$$\delta p_{i,k} = D_{i,k} \beta \quad (2.74)$$

여기서,

$$\beta = \frac{\rho\omega}{2\delta t(\widehat{\xi_{i+1/2}} + \widehat{\xi_{i-1/2}} + \widehat{\xi_{k+1/2}} + \widehat{\xi_{k-1/2}})} \quad (2.75)$$

$$\widehat{\xi_{i+1/2}} = \frac{(\gamma_x)_{i+1/2,k}}{\delta x_i(\delta x_{i+1} + \delta x_i)} \quad (2.76)$$

$$\widehat{\xi_{i-1/2}} = \frac{(\gamma_x)_{i-1/2,k}}{\delta x_i(\delta x_i + \delta x_{i-1})} \quad (2.77)$$

$$\widehat{\xi_{i+1/2}} = \frac{(\gamma_z)_{i,k+1/2}}{\delta z_k(\delta z_{k+1} + \delta z_k)} \quad (2.78)$$

$$\widehat{\xi_{i-1/2}} = \frac{(\gamma_x)_{i+1/2,k}}{\delta z_k(\delta z_k + \delta z_{k-1})} \quad (2.79)$$

여기서 식 (2.75)의  $\omega$ 는 수렴시간을 단축시키기 위한 가속계수로 본 계산에서는 1.7을 적용하였다.

식 (2.74)에 의해  $\delta p_{i,k}^m$ 이 계산되면 발산  $D(p_{i,k}^m) = 0$ 으로 하는 유속  $u^{m+1}$ ,  $w^{m+1}$ 은 아래의 식들로 구할 수 있다.

$$p_{i,k}^{m+1} = p_{i,k}^m + \delta p_{i,k}^m \quad (2.80)$$

$$u_{i+1/2,k}^{m+1} = u_{i+1/2,k}^m + \delta t \delta p_{i,k}^m / [\rho \delta x_{i+1/2}] \quad (2.81)$$

$$u_{i-1/2,k}^{m+1} = u_{i-1/2,k}^m - \delta t \delta p_{i,k}^m / [\rho \delta x_{i-1/2}] \quad (2.82)$$

$$w_{i,k+1/2}^{m+1} = w_{i,k+1/2}^m + \delta t \delta p_{i,k}^m / [\rho \delta z_{k+1/2}] \quad (2.83)$$

$$w_{i,k-1/2}^{m+1} = w_{i,k-1/2}^m - \delta t \delta p_{i,k}^m / [\rho \delta z_{k-1/2}] \quad (2.84)$$

위의 계산을 계산영역의 모든 셀에 있어서 발산  $D(p_{i,k})$ 의 수렴판정기준을 만족할 때까지 반복 수행한다. 본 연구에서는 수렴판정기준을  $\epsilon_p = 1.0 \times 10^{-3}$ 으로 하여 계산을 수행하는 것으로 하였다.

## 2.2 VOF법의 이론적 배경

### 2.2.1 VOF함수의 유도

2차원 공간을 운동하는 유체입자에 대해 임의의 함수  $T(x, z, t) = 0$ 가 변화하는 경우를 고려하여 최초위치  $(x, z)$ 에 있는 입자가 운동하여  $t + \delta t$ 에는  $(x + u\delta t, z + w\delta t)$ 로 이동하였다면 함수  $T(x, z, t)$ 는 식 (2.85)로 표현할 수 있다.

$$T(x + u\delta t, z + w\delta t) = T + u\delta t \frac{\partial T}{\partial x} + w\delta t \frac{\partial T}{\partial z} + \delta t \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.85)$$

또한  $T(x, z, t) = 0$ 이므로 식 (2.85)는 다음과 같다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (2.86)$$

여기서  $T(x, z, t) \cong F(x, z, t) - 1 = 0$ 로 근사시키면 다음의 VOF함수의 이류방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \quad (2.87)$$

식 (2.87)에 정의된 함수  $F(x, z, t)$ 는 점  $(x, z)$ 가 유체에 포함되어져 있는 경우  $F(x, z, t) = 1$ 은 점  $(x, z)$ 의 근방이 대부분 유체영역임을 의미하고 반대로

$F(x, z, t)=0$ 은 기체상태임을 의미한다.

식 (2.87)을 초기상태  $t=0$ 에서  $F(x, z, t)=1$ 을 만족하는 점에 대해서 계산을 수행하면 유체상태에 있어서 대부분의 점의 시간거동을 표현할 수 있다. 하지만 자유표면의 위치는  $F=1$ 과  $F=0$ 인 점의 사이에 있는 영역에 존재한다는 것 이외에 VOF함수  $F$ 는 물리적인 의미를 가지지는 않는다.

여기서 유체를 비압축성 유체로 가정하였으므로 식 (2.1)을 적용하여 식 (2.87)를 다음의 보존형으로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Fu}{\partial x} + \frac{\partial Fw}{\partial z} = FS^* \quad (2.88)$$

식 (2.88)의  $F$ 를 일정 물리량 즉 유체의 체적율로 고려하면 식 (2.88)은 유체영역에서만 정의된 식이 아닌 기체상태의 영역까지 포함하는 전 영역으로의 적용이 가능하다. 또한  $F$ 의 값으로써  $0 \leq F \leq 1$ 을 취할 수 있다.

## 2.2.2 VOF함수에 의한 자유표면의 모델링

식 (2.88)의 VOF함수의 이류방정식으로부터 계산영역을 직사각형의 격자를 나누는 각 셀에서의 VOF함수  $F$ 의 값을 알 수 있고, 각 셀에서의 VOF함수  $F$ 의 값으로부터 Fig. 2.15에 보인 바와 같이  $F=0$ 일 때 기체셀,  $F=1$ 일 때 유체(액체)셀,  $0 < F < 1$ 일 때 표면셀로 판단할 수 있어 자유수면의 추적이 가능하다.

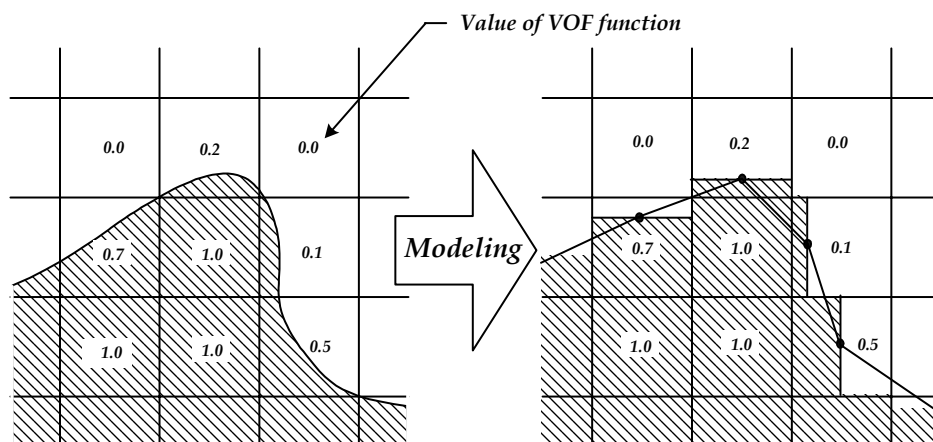


Fig. 2.15 Modeling of free surface

## 2.2.3 VOF함수에 의한 자유표면의 판정

위에서 언급한 바와 같이 VOF함수  $F$ 가  $0 < F < 1$ 의 범위의 경우를 표면셀이라고 판단하면 경계조건의 처리 등의 계산이 복잡해지고 계산이 불안정할 수 있기 때문에 표면셀은 기체셀과 유체셀 사이에 존재한다는 가정을 부과한다. 따라서 Fig. 2.16(a)와 (b)는 VOF 함수  $F$ 의 값으로부터는 표면셀로 판단할 수 있지만 표면셀에 대한 가정을 만족하고 있지 않으므로 Fig. 2.8(a)의 경우는 표면셀을 유체셀로 간주하고, (b)의 경우의 표면셀은 기체셀로 간주한다. 이러한 표면셀의 가정으로 인해 유속과 압력의 경계조건이 확실하게 되므로 계산의 안정을 꾀할 수 있다.

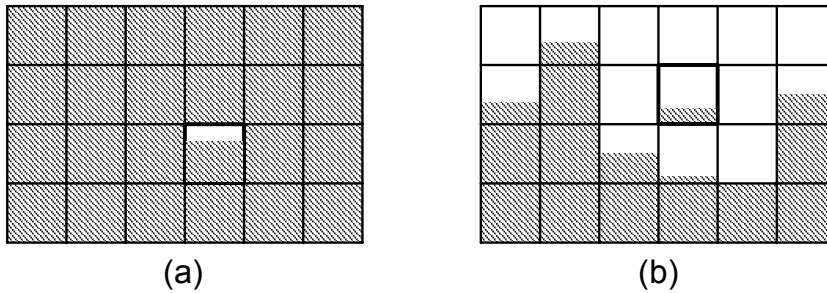


Fig. 2.16 Exception to the classification of cells

이상과 같은 셀의 판별이 행해지면 표면셀에 대해 자유표면의 방향을 나타내는  $RF$ 를 결정한다.  $RF$ 의 결정은 표면셀 주변의 VOF 함수를 산정하여 VOF함수의 합이 최대인 방향 즉 유체가 많이 분포된 방향을 실제의 자유표면의 형상과 가까운 것으로 판정하는 방법인 VOF 함수값에 의한 방법을 이용한다. 즉 셀  $(i, k)$ 에 대해서  $x$ 의 부방향에 있는 유체의 양  $FZ_{i-1, k}$  정방향의 유체의 양  $FZ_{i+1, k}$ ,  $z$ 의 부방향에 있는 유체의 양  $FX_{i, k+1}$ , 정방향의 유체의 양  $FX_{i, k-1}$ 를 얻은 후 가장 큰 값을 가지는 방향을 자유표면의 방향으로 다음과 같이 산정한다.

$$FX_{i, k} = F_{i-1, k} + F_{i, k} + F_{i+1, k} \quad (2.89)$$

$$FZ_{i, k} = F_{i, k-1} + F_{i, k} + F_{i, k+1} \quad (2.90)$$

Fig. 2.17과 같이 표면셀  $(i, k)$ 는 (a)와 (b)의 2가지 경우로 한정된다. 식 (2.89),



(2.90)에 의해 각 방향의 유체량을 산정하면 표면셀에서 자유표면의 방향은 Fig. 2.17(a)로 판별됨을 알 수 있다.

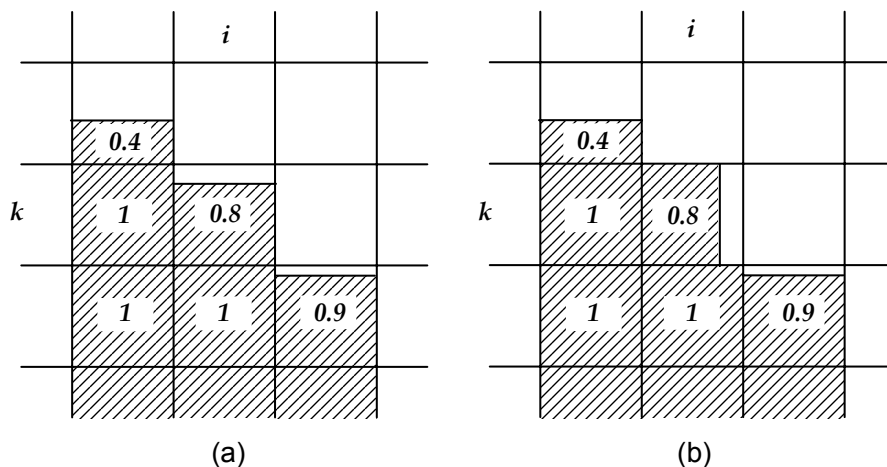


Fig. 2.17 Evaluation of free surface shape

이상을 고려한 셀 분류방법을 Table. 2.1에 나타낸 것과 같이 정의할 수 있다.

Table. 2.1 Determines the free surface orientation  $xz$

	셀분류	셀의 상태
$RF$		
0	유체셀	셀이 유체로 채워져 있고 인접한 기체셀이 없다.
1	표면셀	표면이 $x$ 축에 수직이고 유체셀이 $x$ 의 부(負)방향에 존재한다.
2	표면셀	표면이 $x$ 축에 수직이고 유체셀이 $x$ 의 정(正)방향에 존재한다.
3	표면셀	표면이 $z$ 축에 수직이고 유체셀이 $z$ 의 부(負)방향에 존재한다.
4	표면셀	표면이 $z$ 축에 수직이고 유체셀이 $z$ 의 정(正)방향에 존재한다.
6	기체셀	셀이 기체로 채워져 있고 인접한 유체셀이 없다.

## 2.2.4 VOF함수의 수치계산

Fig. 2.4에 나타난 엇갈린격자(staggered mesh)를 이용하여 식 (2.4)를 시간항에 대해서 전진차분근사와 이류항에 대해 중앙차분근사를 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 F_{i,k}^{n+1} = & F_{i,k}^n - \frac{\delta t}{(\gamma_v)_{i,k}} \left[ \frac{1}{\delta x_i} \left\{ (\gamma_x)_{i+1/2,k} u_{i+1/2,k}^{n+1} F_{i+1/2,k} \right. \right. \\
 & \left. \left. - (\gamma_x)_{i-1/2,k} u_{i-1/2,k}^{n+1} F_{i-1/2,k} \right\} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\delta z_k} \left\{ (\gamma_z)_{i,k+1/2} w_{i,k+1/2}^{n+1} F_{i,k+1/2} \right. \right. \\
 & \left. \left. - (\gamma_z)_{i,k-1/2} w_{i,k-1/2}^{n+1} F_{i,k-1/2} \right\} - F_{i,k}^n S_{i,k}^{*n+1} \right]
 \end{aligned} \quad (2.91)$$

SOLA scheme으로 구한 각방향의 유속을 윗식에 대입하면 각 셀에서의 VOF함수  $F$ 를 계산할 수 있다. 그러나 실제 계산에 있어서 문제시되는 것은 수치확산이다. VOF 함수  $F$ 의 이류는 유체의 체적율의 대류이므로 수치확산은 자유표면을 불분명하게 한다. 따라서 본 연구에서는 Hirt와 Nichols(1981)가 VOF함수의 이류계산에 적용한 donor-acceptor법을 이용하였다. donor-acceptor법은 이류에 이동하는 이류면에서의 VOF함수  $F_{AD}$ 의 값이 donor 셀(상류측 셀)과 acceptor 셀(하류측 셀)에서의  $F$  값에 의해서 결정되는 방법이고 또한 acceptor 셀의 자유표면 형상과 이류로 운반되는 유체형상의 연속성에 기인하여  $F_{AD}$ 를 결정한다.

Fig. 2.18에서 donor 셀과 acceptor 셀의 경계인 이류면에서의 유속을  $u$ 로 하면  $V = u \cdot \delta t$ 는  $\delta t$ 시간동안에 donor 셀로부터 acceptor 셀로의 이류량이 된다. Fig. 2.18(a)에 나타난 바와 같이 이류면( $AD$ )과 donor 셀의 표면이 수직인 경우 이류면에 있어서의 VOF함수  $F_{AD}$ 의 값은 donor 셀의  $F_D$ 의 값과 일치한다. 반대로, Fig. 2.18(b),(c)와 같이 이류면과 donor 셀의 표면이 수평인 경우 이류면에 있어서의 VOF함수  $F_{AD}$ 의 값은 acceptor 셀의  $F_A$ 의 값으로 한다.

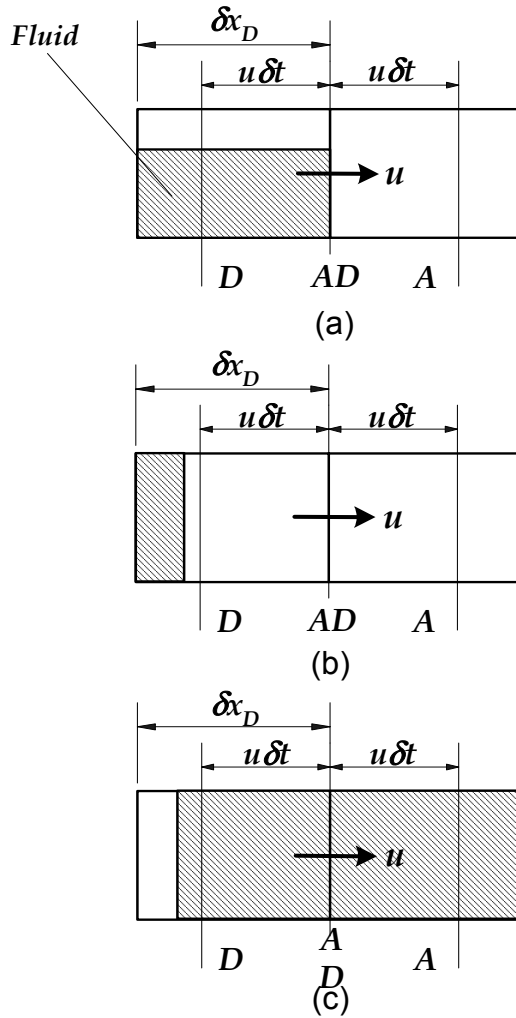


Fig. 2.18 Advection method of VOF function

그러나 donor 셀에 이류시킬 충분한 기체나 유체가 없는 Fig. 2.19(a)의 경우 이류면에서의  $F_{AD}$ 를  $F_A$ 로 취하면  $\delta t$ 시간 동안에 donor 셀로부터 acceptor 셀로의 이류량  $(1 - F_A)V$ 는 acceptor 셀의 보유 기체량  $(1 - F_D)\delta x_D$ 보다 많은 기체가 이류되고 Fig. 2.19(b)의 경우 acceptor 셀의 보유 유체량  $F_D\delta x_D$ 보다 많은 유체량이 이류되는 이상한 결과를 초래하게 된다.

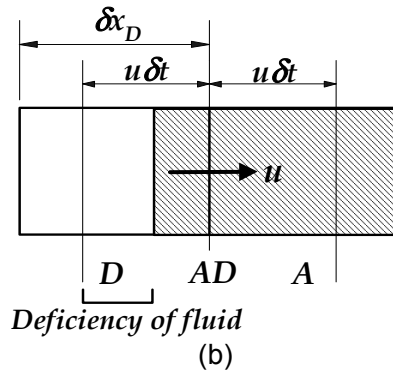
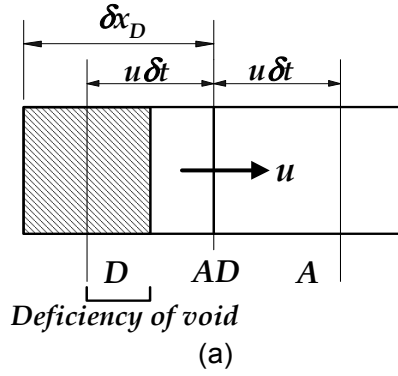


Fig. 2.19 Exception of advection computation

따라서 Fig. 2.19(a)의 경우 기체의 부족분으로 유체를 이루시키고 반대로 Fig. 2.19(b)의 경우는 유체의 부족분으로 기체를 이루시켜야 한다. 이상의 것을 모두 고려한 이류면에서의 VOF함수  $F_{AD}$ 는 다음과 같다.

$$F_{AD}(\gamma_x)_{i+1/2,k} u_{i+1/2,k}^{n+1} \delta t$$

$$= \text{sgn}((\gamma_x)_{i+1/2,k} u_{i+1/2,k}^{n+1}) \text{MIN}\{F_{AD}(\gamma_x)_{i+1/2,k} u_{i+1/2,k} \delta t + CF, F_D \delta x_D (\gamma_v)_D\}$$

(2.92)

$$CF = \text{MAX}\{(F_{DM} - F_{AD})(\gamma_x)_{i+1/2,k} u_{i+1/2,k}^{n+1} \delta t - (F_{DM} - F_D) \delta x_D (\gamma_v)_D, 0.0\}$$

(2.93)

여기서 식 (2.92)의  $MIN$ 은 donor 셀이 보유하고 있는 유체 이상의 유체가 이루어지는 것을 방지하고 식 (2.93)의  $MAX$ 은 acceptor cell이 보유하고 있는 기체 이상의 기체가 이루어지는 것을 방지함을 의미한다.

식 (2.92), (2.93)을 식 (2.91)에 대입하면 새로운 시간 스텝에서의 VOF 함수의 값을 산정할 수 있다.

## 2.3 경계조건

### 2.3.1 자유표면에서의 경계조건

자유표면에서의 경계조건으로는 유속과 압력의 경계조건이 있다.

#### (1) 유속경계조건

표면셀의 경계면에 정의된 유속중에 운동방정식의 계산영역이 되는 것은 유체셀과 접하는 경계면이다. 따라서 표면셀과 표면셀 및 기체셀과 기체셀의 사이에 있는 경계면의 유속은 경계조건에 의해 결정되어야 한다.

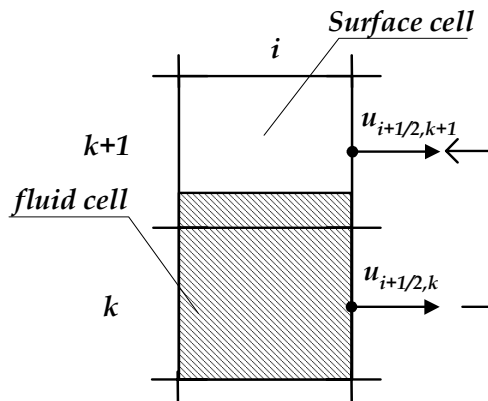


Fig. 2.20 Velocity boundary condition

표면에 수평한 유속의 경계조건처리는 대상이 되는 셀 경계면이 표면셀의  $RF$ 가 나타내는 유체가 존재하는 방향의 셀 경계면의 유속을 해당하는 셀 경계면의 유속으로 취한다. Fig. 2.20과 같은 표면셀 ( $i, k+1$ )는  $RF=3$ 으로 셀의 아래쪽 방향에

유체셀이 존재하므로 표면셀에서 표면과 수평한 유속  $u_{i+1/2, k+1}$ 은 SOLA scheme의 반복계산으로부터 구한 유속  $u_{i+1/2, k}$ 의 값을 표면셀  $(i, k+1)$ 에서의 수평방향의 유속  $u_{i+1/2, k+1}$ 로 취한다.

표면에 수직한 유속의 경계조건처리는 표면셀의 형태에 따라 기체가 있는 방향의 셀 경계면 유속에 대해서 VOF 함수  $F$ 의 이류를 계산할 때 표면셀에서의 연속방정식이 만족되도록 값을 결정한다.

## (2) 압력경계조건

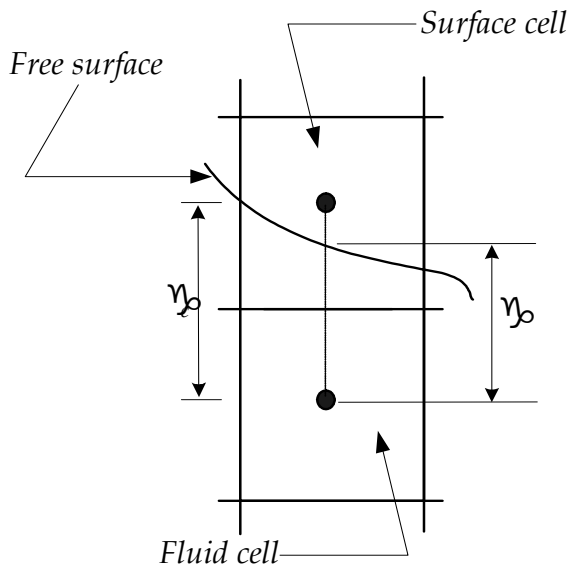


Fig. 2.21 Pressure boundary condition on free surface

$RF$ 에 의해 표면셀의 방향이 결정되고 VOF 함수  $F$ 값에 의해 표면위치가 결정된다. 그러나 표면셀에 있어서 압력이 정의되는 위치와 실제의 자유표면의 위치가 다를 수 있으므로 Fig. 2.21에서와 같이 표면셀의 압력정의 위치와  $RF$ 가 나타내는 유체셀의 정의위치의 2점간을 선형내삽하여 다음과 같이 산정한다.

$$\begin{cases} p_{i,k} = (1 - \eta) p_{i,k-1} + \eta p_s \\ \eta = \frac{\gamma_c}{\gamma} = \frac{\delta z_{k-1} + \delta z_k}{\delta z_{k-1} + 2F_{i,k} \delta z_k} \end{cases} \quad (2.94)$$

본 연구에서는 표면장력의 영향을 무시하였으므로  $p_{s=0}$ 이다.

### 2.3.2 개경계조건

개경계(Open boundary)는 Fig. 2.22에 보인바와 같이 부가가상감쇠영역(added fictitious dissipation zone)을 계산영역의 양끝에 접속하고 계산 셀의 크기를 변화시키면서 연직방향의 유속을 가상감쇠력(fictitious damping force)에 의해 서서히 감쇠시키는 것으로 파를 흡수하는 방법인 Hinatsu(1992)의 개경계처리를 적용한다.

$$f = -\lambda w \quad (2.95)$$

여기서,  $\lambda$ 는 감쇠계수이다.

또한 부가감쇠영역의 말단에는 유속이나 VOF함수 등의 물리량  $\phi$ 의 수평변화가 0이 되는 다음의 조건을 부과했다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (2.96)$$

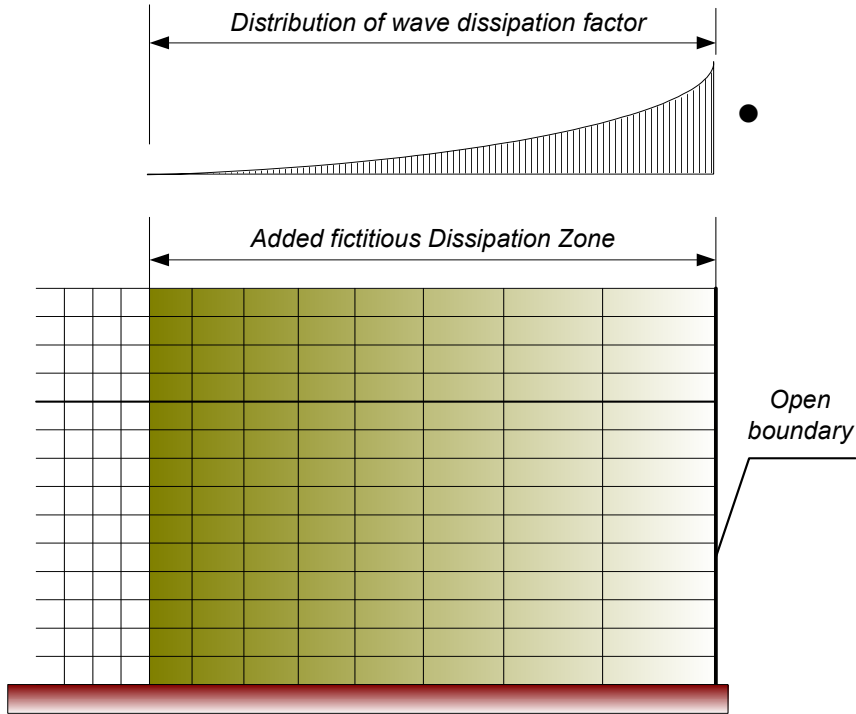


Fig. 2.22 Sketch of added fictitious dissipation zone

### 2.3.3 그 외의 경계조건

위의 경계조건 이외에도 적용되어야 할 경계조건으로는 구조물 표면에서의 경계조건 및 바닥경계조건이 있지만 SOLA Scheme을 채용하고 있으므로 압력 경계조건은 고려할 필요가 없고 유속경계조건만 고려하면 된다. 본 연구에서는 구조물 표면 및 바닥에서의 법선방향유속의 경계조건으로 불투과조건을 적용하였고 점성유체를 대상으로 하고 있기 때문에 Non-slip 조건을 적용시키는 것이 일반적이나 격자간격을 구조물 표면이나 바닥근방에서 형성되는 경계층 두께까지 세세하게 분할하고 있지 않기 때문에 접선방향 유속의 경계조건으로 Slip 조건을 채용하였다.



## 2.4 조파조건

본 연구의 수치파동수조내의 조파는 source에 의한 조파방법을 제안한 Brorsen and Larsen(1987)의 조파 source  $S$ 의 강도를 사용한다.

$$S = \begin{cases} \{1 - \exp(-2t/T_i)\} \cdot 2U_o & : t/T_i \leq 3 \\ 2U_o & : t/T_i > 3 \end{cases} \quad (2.97)$$

식 (2.97)에서  $1 - \exp(-2t/T_i)$ 은 급작스러운 조파를 행하였을 경우 자유수면의 거동이 불안정해지는 것을 방지하기 위해 조파개시로부터 3주기까지는 강도를 서서히 증가시키기 위해 도입한 계수이다.

본 연구는 수치파동수조내에 구조물이 설치되어 있기 때문에 조파 source 위치에 구조물에 의한 반사파가 접근하는 경우 조파 source 위치에서의 수위변동  $\eta_s$ 와 조파 source에 의해 기대되는 수위변동  $\eta_o$ 는 서로 상이하여 식 (2.97)과 같이 조파 source 강도는  $S = 2U_o$ 가 될 수 없다. 이에 大山 과 灘岡(1991)는 입사파와 반사파가 동시에 존재하는 경우에 대해 조파 source 강도의 분포형상을 조파 source 지점의 연직 적분치가 반사파가 없는 경우와 분포형상이 상사가 되도록 식 (2.98)을 고려하였다.

$$S = 2U_o \frac{\eta_o + h}{\eta_s + h} \quad (2.98)$$

따라서 이상의 것을 모두 고려한 조파 source의 강도는 식 (2.99)과 같다.

$$S = \begin{cases} 1 - \exp(-2t/T_i) \cdot 2U_o(\eta_o + h)/(\eta_s + h) & : t/T_i \leq 3 \\ 2U_o(\eta_o + h)/(\eta_s + h) & : t/T_i > 3 \end{cases} \quad (2.99)$$

## 2.5 안정조건

본 연구의 수치계산의 안정성을 확보하기 위해서는 식 (2.100)의 courant수를 만족

하면 된다.

$$c = \frac{|\widehat{V}|\delta t}{\delta X} \quad (2.100)$$

여기서  $\widehat{V}$ 는 유속을  $\delta X$ 는 격자간격이다.

courant수  $c$ 가  $c < 1$ 일 경우 본 수치계산의 안정성을 확보할 수 있다. 이것은 1회의 시간 step 사이에 어떤 변수를 운반한 거리  $|\widehat{V}|\delta t$ 가 공간의 이산폭인  $\delta x$ 를 초과할 수 없음을 의미한다. 전술한 donor-acceptor법은 이류에 이동하는 VOF함수  $F$ 의 값이 donor 셀과 acceptor 셀의  $F$ 값에 의해 결정되는 방법이므로 courant수  $c$ 는  $c < 1$ 이어야 한다. 따라서 시간step의 간격  $\delta t$ 는 식 (2.100)에 의해 식 (2.101)을 만족하면 된다.

$$\delta t < \min \left\{ \frac{\delta x}{|u|_{\max}}, \frac{\delta z}{|w|_{\max}} \right\} \quad (2.101)$$

여기서  $|u|_{\max}, |w|_{\max}$ 는 각각  $x, z$ 방향에 있어서 최대유속을 나타낸다. 본 수치 계산에 있어서는 초기시간스텝  $\delta t = T_i/1000$ 로 하고 그 이후는 courant 조건식 (2.101)이 만족되도록 시간step의 간격  $\delta t$ 를 매 시간스텝마다 조정하였다.

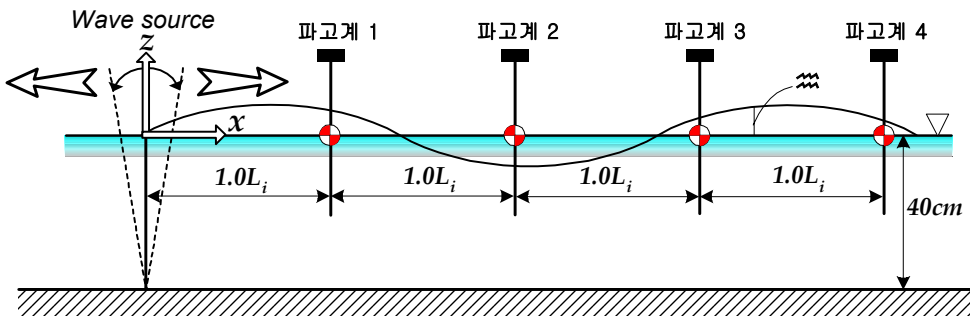
## 제 3장. 해석결과

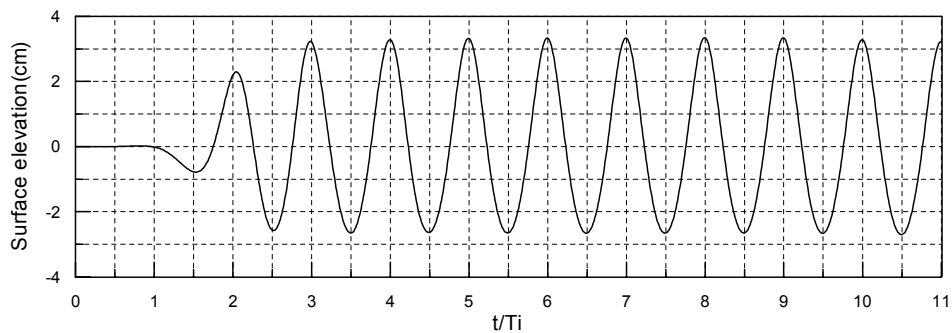
### 3.1 수치모델링의 검증

#### 3.1.1 조파파형검증

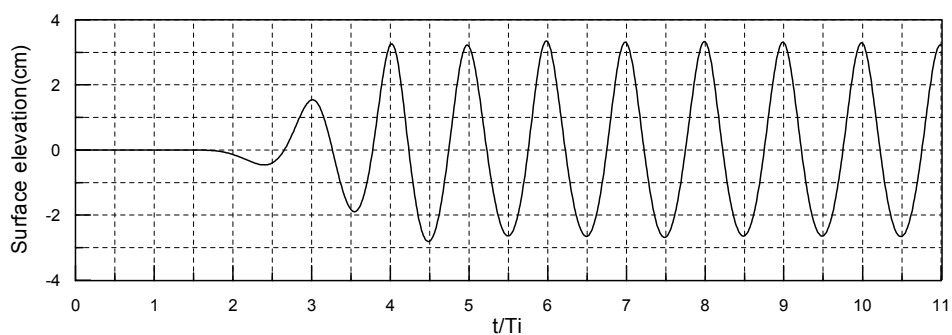
본 연구에서 적용하고 있는 Brorsen and Larsen(1987)의 조파소스 강도에 의한 조파방법을 검증하고 조파소스로부터 발생된 파형의 전달과정을 고찰하기 위해 구조물이 설치되어 있지 않는 수치파동수조에서 파를 조파시켰다.

Fig. 3.1은 입사파고  $H_i=6cm$ , 주기  $T_i=1.4 sec$ , 일정수심  $h=40cm$ 의 조건하에 조파 source의 위치로부터 각각  $x \simeq 1.0L_i$ ,  $x \simeq 2.0L_i$ ,  $x \simeq 3.0L_i$ ,  $x \simeq 4.0L_i$ 의 위치에서의 시간파형을 표시한 것이다. 제 2장에서 서술한 바와 같이 급작스러운 조파를 행하였을 때 수면의 거동이 불안정하게 되어 조파소스에서 발생된 파가 해석영역 내에 제대로 전달될 수 없으므로  $t/T_i \leq 3$ 까지는 강도를 서서히 증가시켰다.  $t/T_i \leq 3$  이후부터는 일정하게 조파소스의 강도를 주고 있으므로 시간step이 증가함에 따라 각 지점의 시간 파형은 점차적으로 서서히 증가하고 있는 모습을 보이고 있다. 또한 파가 각 지점에 도달하고 나서 3주기 후부터 파형이 안정됨을 확인할 수 있다.

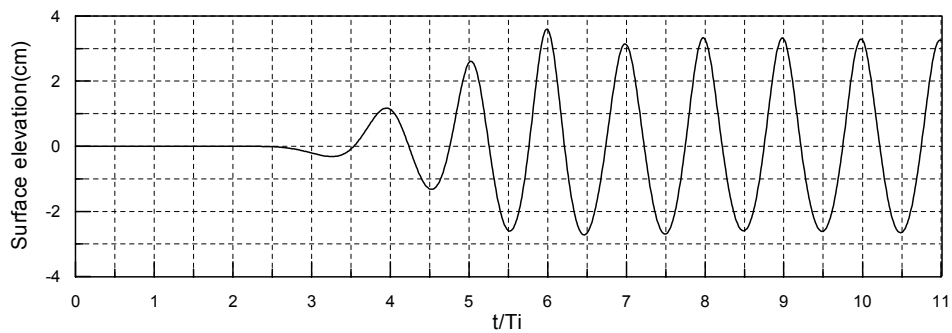




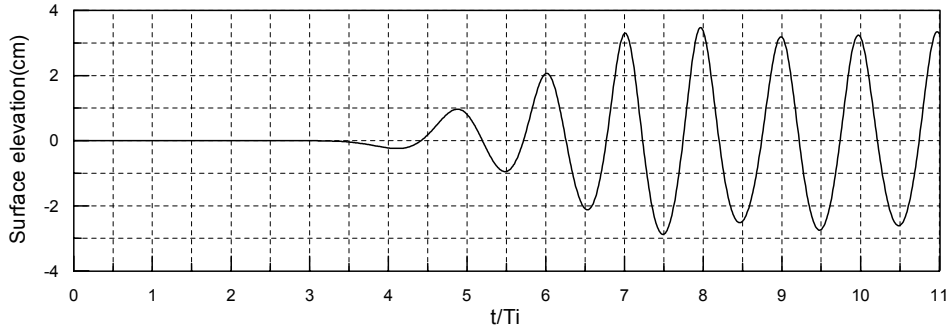
(a) 파고계1



(b) 파고계2



(c) 파고계3



(d) 파고계4

Fig. 3.1 Computed wave profiles at each point

Fig. 3.2는 입사파고 Fig. 3.1(a)의 시간파형과 Stokes 3차파의 시간파형을 비교한 것으로 전체적으로 매우 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

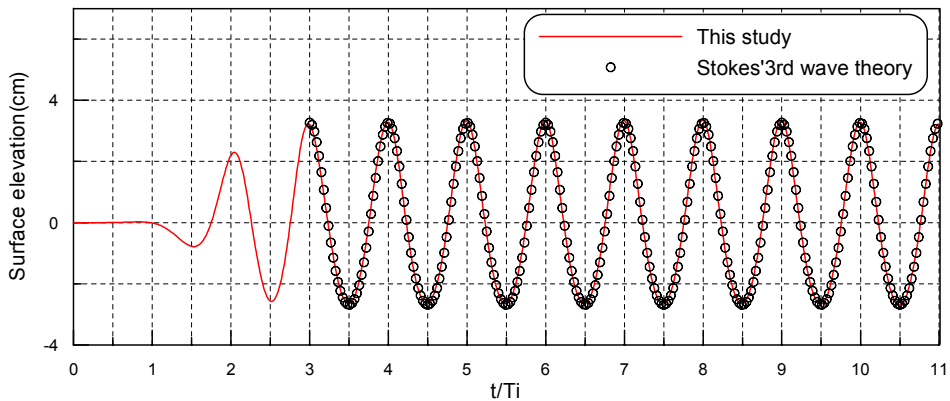


Fig. 3.2 Comparison of 3rd order Stokes wave and computed nonlinear wave

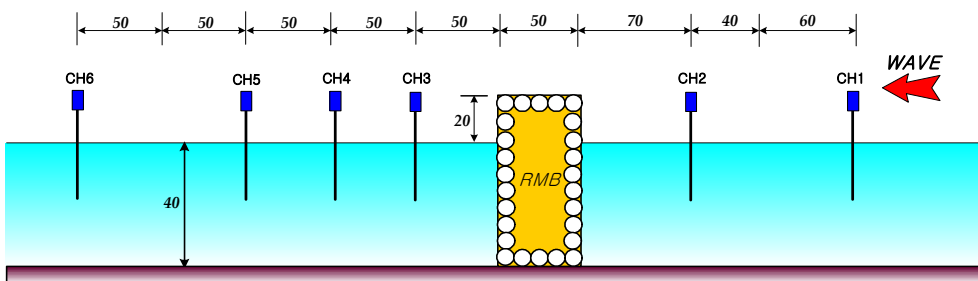
이상으로 본 연구에서 채용한 수치파동수조내의 line-source에 의한 조파방법은 입사조건의 수면파형을 잘 재현하고 있음을 확인할 수 있다.

### 3.1.2 실험결과와의 파형비교

수치파동수조를 이용한 투과성 방파제 해석의 타당성을 검증하기 위해 수리실험을 실시하였다. 실험 장치는 한국해양대학교의 2차원 조파수조(제원:  $L : 25m \times W : 1m \times H : 1m$ )를 이용하였으며 수조에 설치된 조파기는 피스톤형으로 조파기의 후면과 수조의 끝단에는 경사식 소파장치가 설치되어 있다. 투과성 방파제

전면과 후면에서의 파고의 측정은 용량식파고계를 사용하였고 모형제작을 위해 사용된 사석은 평균입경이  $5.5\sim 6.5cm$ , 공극율은 0.4이다. 실험에 이용된 입사파는  $H_i=7cm$ , 주기  $T_i=1.0\ sec$ 의 규칙파이며 Fig. 3.3은 실험에 사용한 투과성잠제의 제원과 파고계의 위치, 그리고 각 파고계에서 취득된 실험결과와 본 수치해석의 결과 및 실험사진을 나타내고 있다.

Fig. 3.3으로부터 본 수치해석의 결과와 수리실험결과와 잠제의 전·후면에서의 시간과형이 매우 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있으며 이로써 본 해석수법의 타당성을 검증할 수 있다.



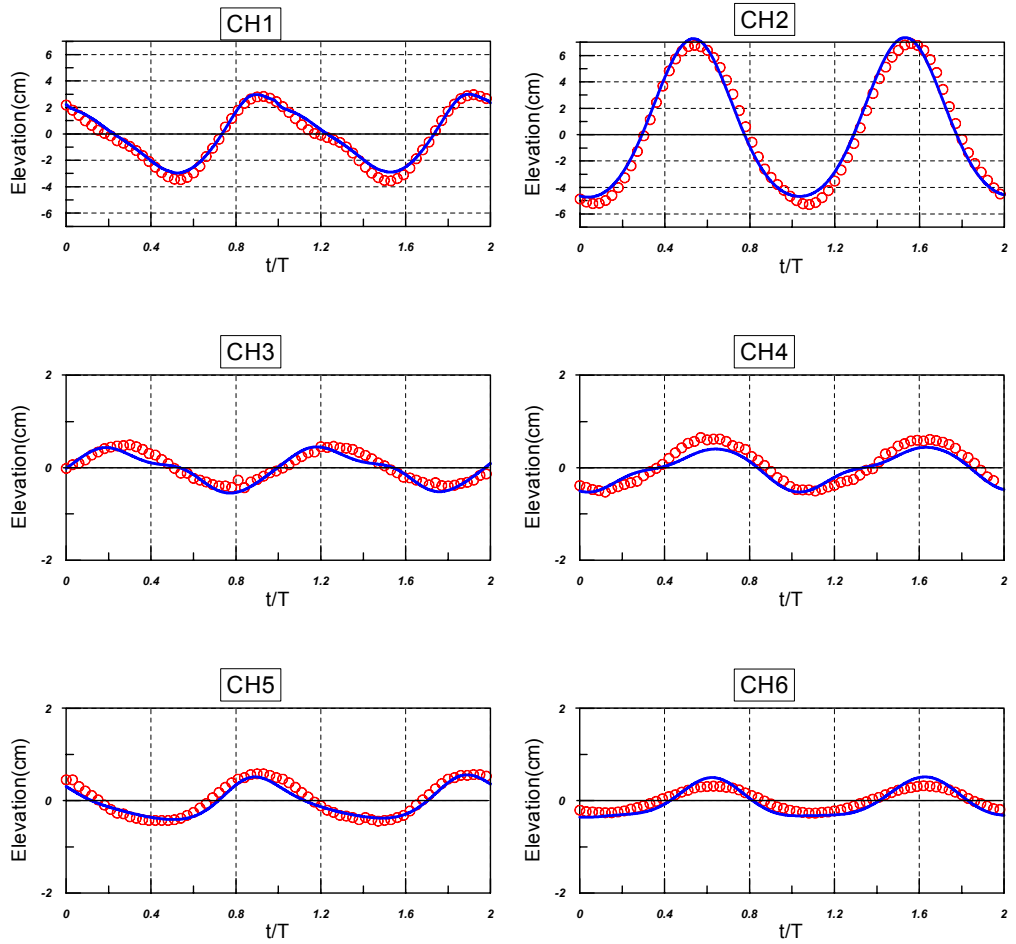


Fig. 3.3 Comparison of Kioca's experiment and calculation and this study

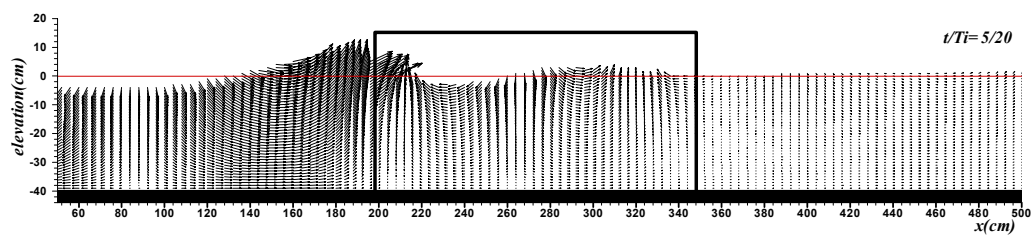
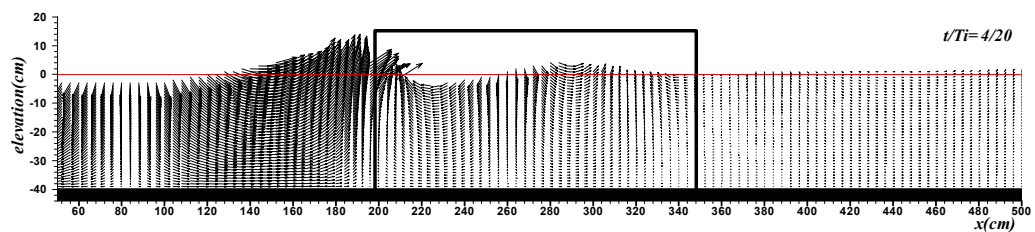
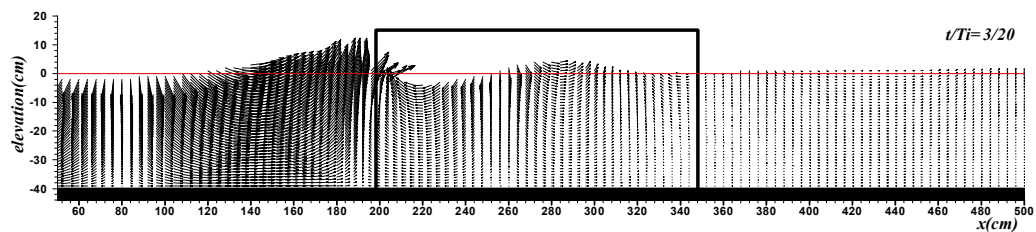
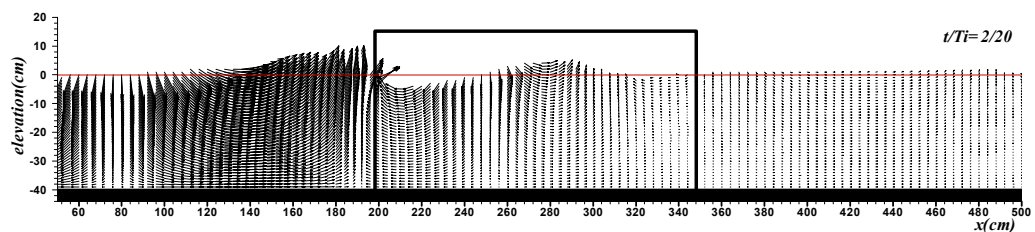
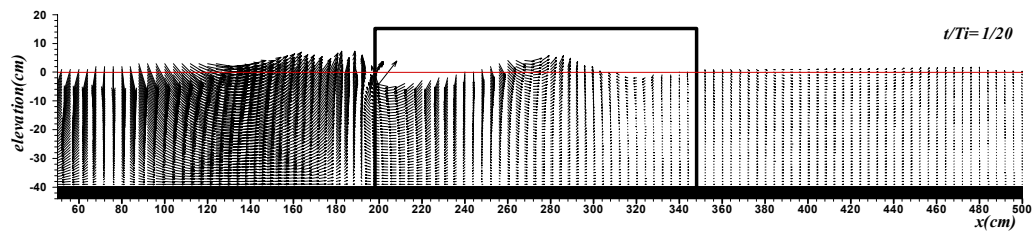
## 3.2 수치해석결과

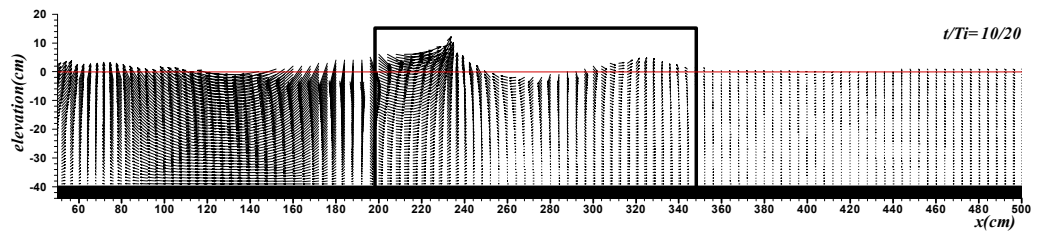
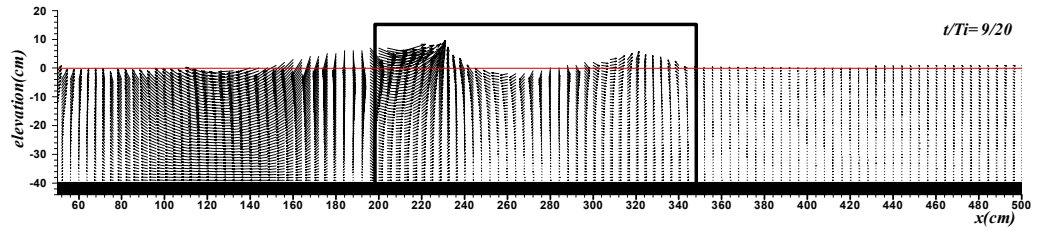
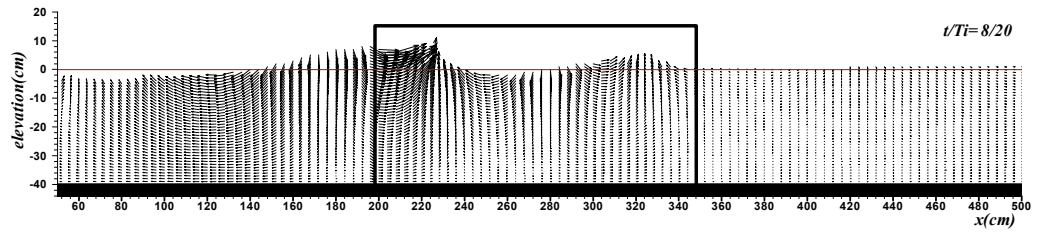
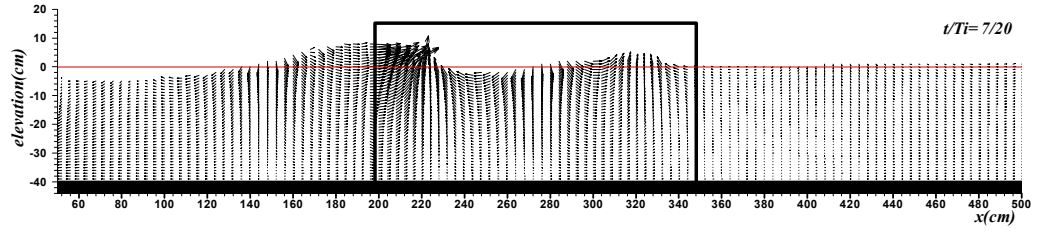
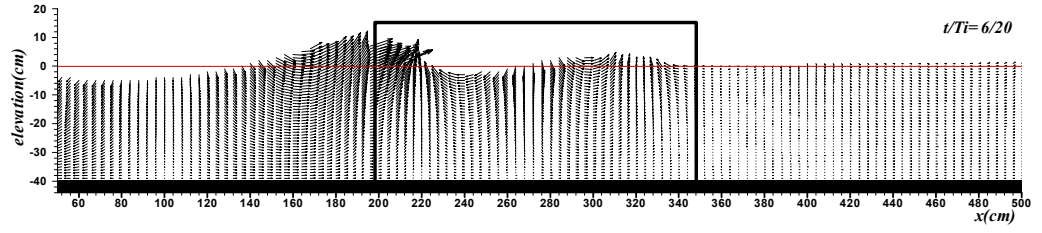
### 3.2.1 투과성 방파제의 유체입자속도장

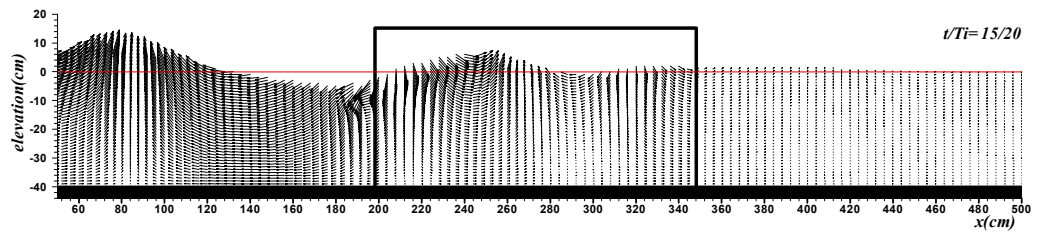
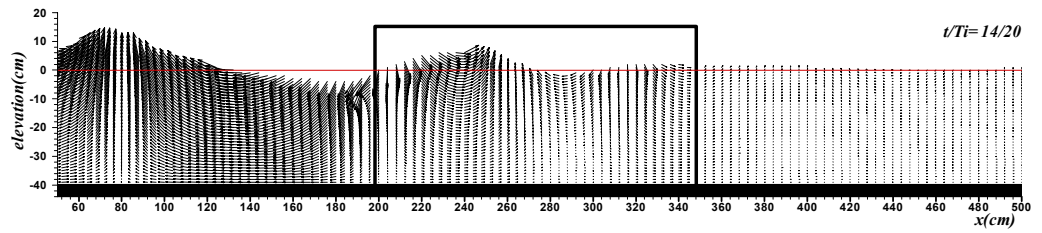
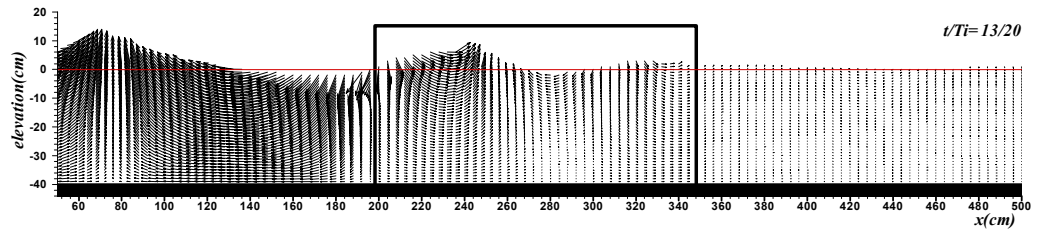
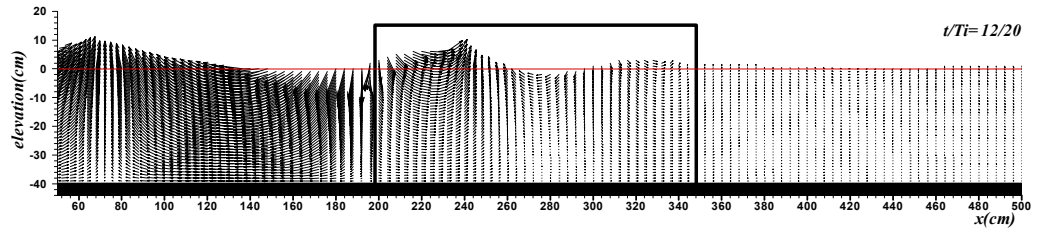
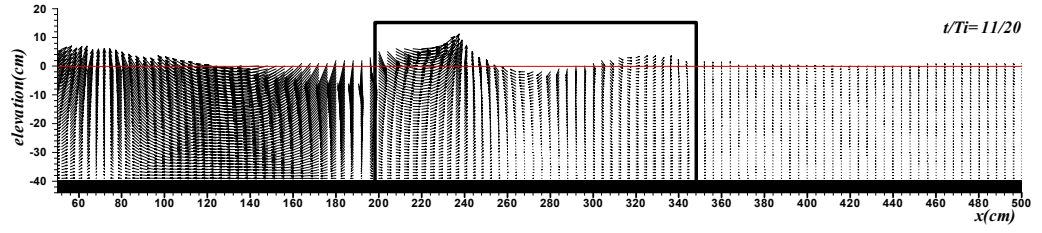
Fig. 3.4는 파형경사  $H_i/L_i = 0.03$ , 수심파장비  $h/L_i = 0.15$ 의 입사파랑에 대한 일열투과성직사각형방파제( $B = 150\text{cm}$ ,  $h = 40\text{cm}$ ,  $h_c/h = 0.45$ ,  $C_M = 1.5$ ,  $C_D = 0.5$ ,  $\gamma_v = 0.4$ ) 주변의 유체입자의 속도벡터를 한주기에 걸쳐 계산영역  $50 < x < 500$ 의 범위에 대해 표시하였다. 전 시간영역에서 보여지는 바와 같이 구조물로 입사파랑이 접근함에 따라 구조물 전면에서 구조물의 저항으로 속도벡터의 기울기가 급해지고 있음을 알 수 있고 구조물 후면에서의 유체입자의 속도벡터는 입사파랑이 구조물을 통과하면서 투과층 내부의 유체저항으로 인해 유체입자의 속도벡터의 크기가 급격하게 감소됨을 알 수 있다. 또한 입사파랑이 구조물 내부로 투과됨과 동시에 구조물의 투과층 전면부에서 유체입자의 속도벡터가 갑자기 쓰러지는 쇄파현상이 확인되고( $t/T_i = 3/20 \sim t/T_i = 7/20$ ) 이와 같이 쇄파한 파랑이 투과층을 진행하면서 강한 비선형성분파( $t/T_i = 8/20 \sim t/T_i = 13/20$ )를 발생시키고 있음을 알 수 있다. Fig. 3.5는 Fig. 3.4와 동일한 입사조건에 대해 구조물의 폭을 Fig. 3.4의 일열 구조물폭의 1/3만을 사용하여 이열 배치한 것으로 일열투과성방파제 단면적의 총 2/3로 구성하였고 구조물간의 중심거리  $l = 100\text{cm}$ 로 하였다. Fig. 3.5 역시 Fig. 3.4와 동일하게 구조물로 입사파랑이 접근함에 따라 구조물 전면에서 구조물의 저항으로 속도벡터의 기울기가 급해지고 구조물 후면에서의 유체입자의 속도벡터의 크기가 급격하게 감소되며 또한 구조물 사이에서는 자유수면이 크게 교란되고 있지 않음을 알 수 있다. Fig. 3.4와 비교하여 주목할 만한 점은 유체저항길이를 고려하면 일열 구조물인 Fig. 3.4의 경우가  $B = 150\text{cm}$ 인데 반해 Fig. 3.5의 경우는 일열의 2/3임에도 불구하고 구조물 배후에서는 거의 동일한 유체입자의 속도벡터의 감소치를 보이고 있음을 확인할 수 있다. Fig. 3.6은 Fig. 3.4, Fig. 3.5와 동일한 입사조건하에 공극율이 제체와 상이한 보호층을 구조물 전면에 피복한 경우를 수치모의한 것으로 보호층의 체적공극율은 일반적으로 널리 시공되는 이형블럭인 T.T.P.의 체적공극율인  $\gamma_v = 0.5$ 를 적용하였고(해양수산부, 2001.8) 보호층의 경사는 1:1.2로 하였다. Fig. 3.6은 보호층의 영향으로 구조물로 접근하는 입사파랑의 속도벡터의 기울기가 보호층의 상면에서 보호층의 기울기와 동일함을 알 수 있고 동일한 구조물폭인 Fig. 3.4의 경우와 상



이하계 투과층 내부에서 쇄파가 발생하지 않고 보호층에서 쇄파가 발생하므로 투과층 내부에서 유체입자의 속도벡터의 기울기가 급해지는 비선형성분파의 발달을 찾아보기 힘들다. Fig. 3.7은 사면경사가 1:1.6의 사석방파제에 대한 유체입자의 속도분포를 도식한 것이다. 구조물로 접근하는 입사파랑의 속도벡터의 기울기가 사면경사로 인해 직사각형투과성방파제와 약간의 상이하게 사석방파제의 사면경사와 비슷하게 기울어져 있음이 확인되고 사면경계에서 사면의 기울기 방향으로 빠른 유체입자의 속도벡터 기울기가 관찰된다. 또한 방파제의 배후에서는 직사각형투과성방파제와 상이하게 표면에서 비교적 빠른 유속성분이 관찰된다( $t/T_i = 11/20 \sim 20/20$ ). 이는 사석방파제의 사면경사로 인해 수면과 바닥간의 유체저항길이의 차이에 기인한 것으로 판단되며 사석방파제 역시 구조물 배후에서는 투과층내의 유체저항으로 인해 유체속도벡터의 크기가 현저하게 감소함을 확인할 수 있다.







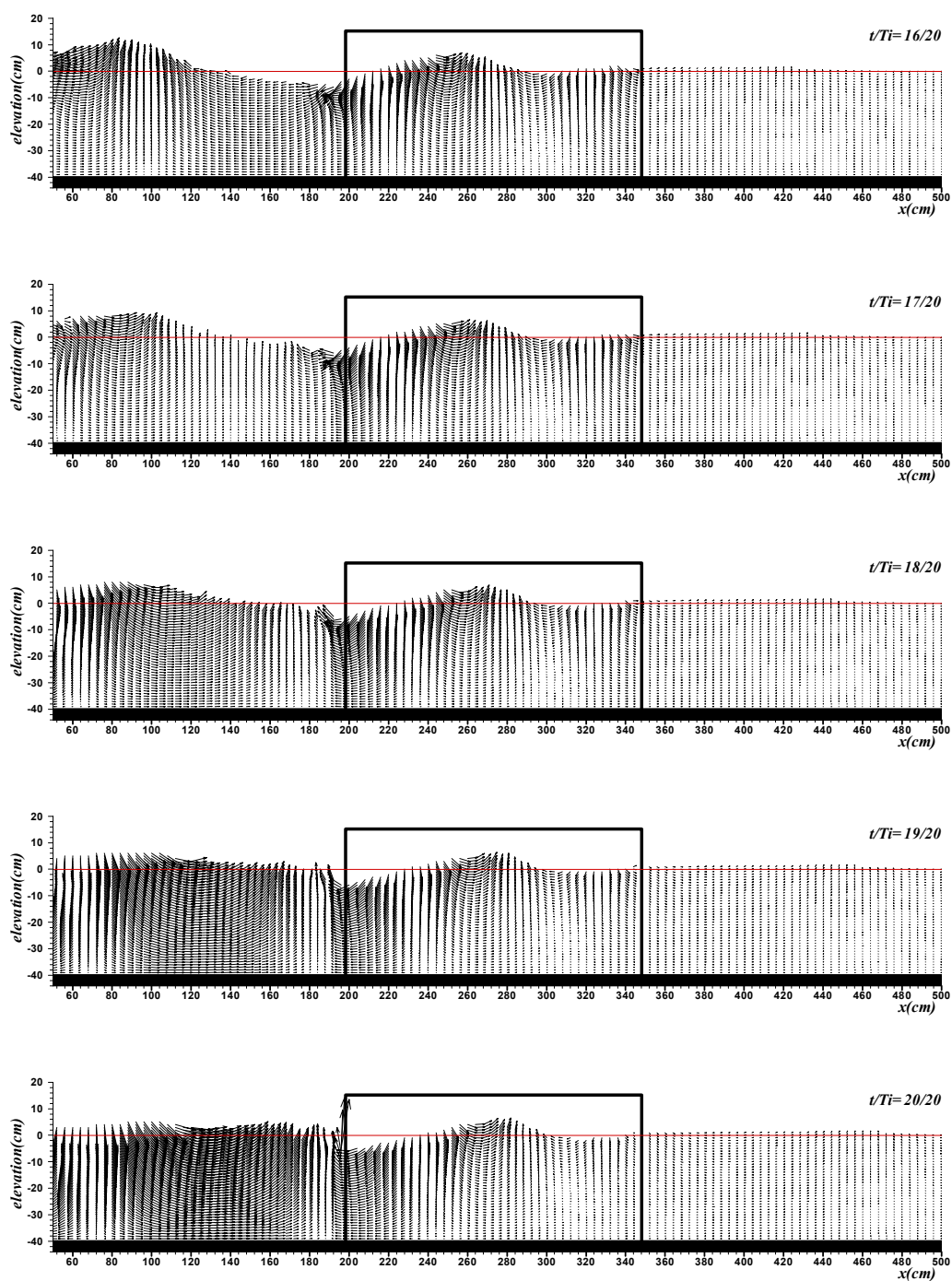
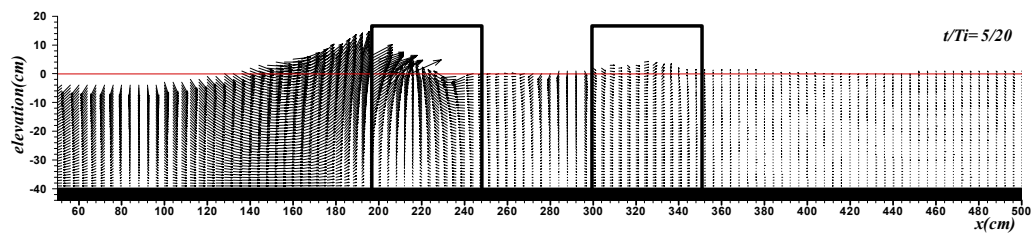
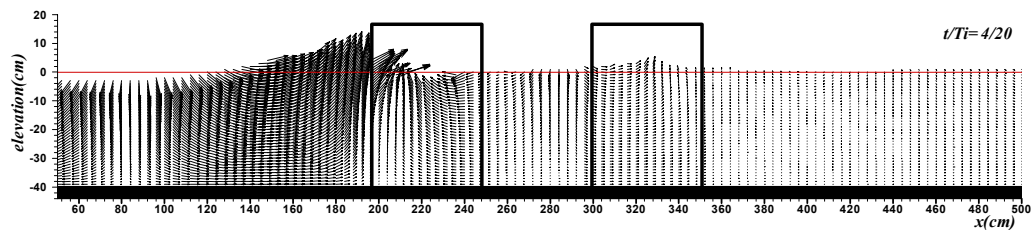
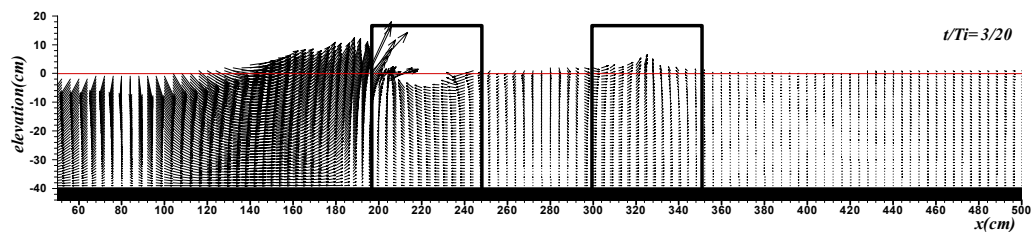
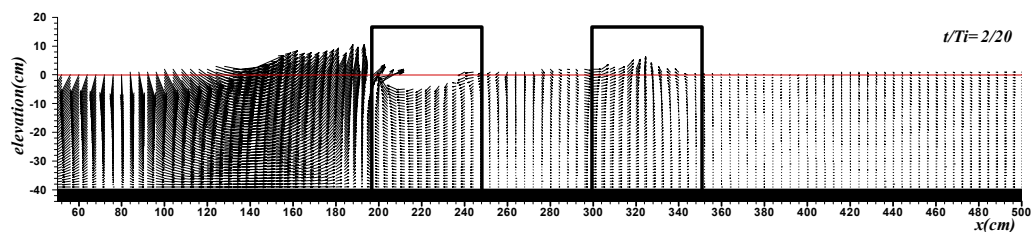
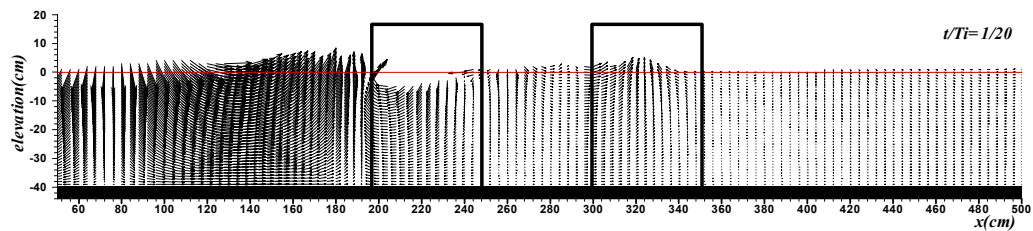
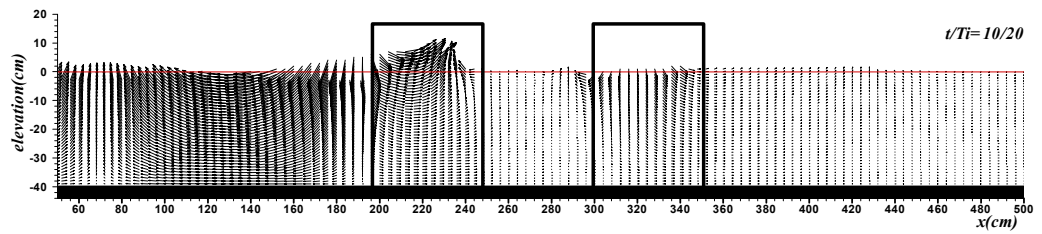
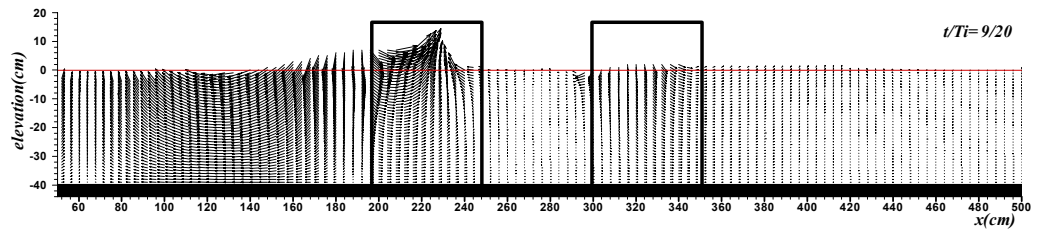
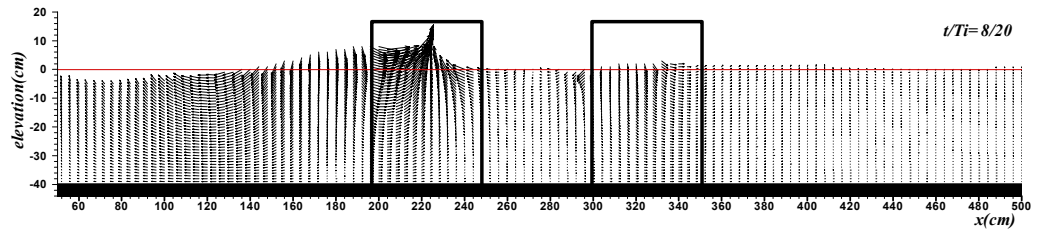
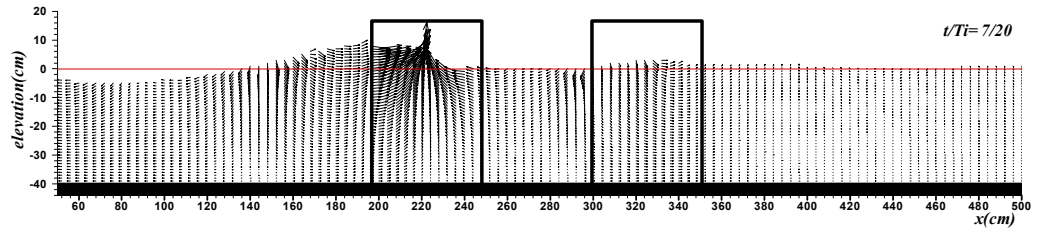
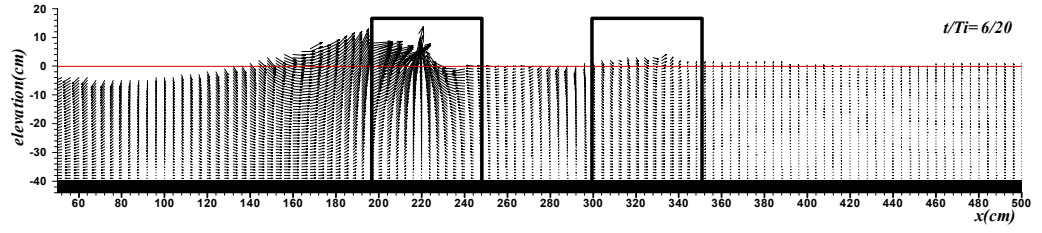
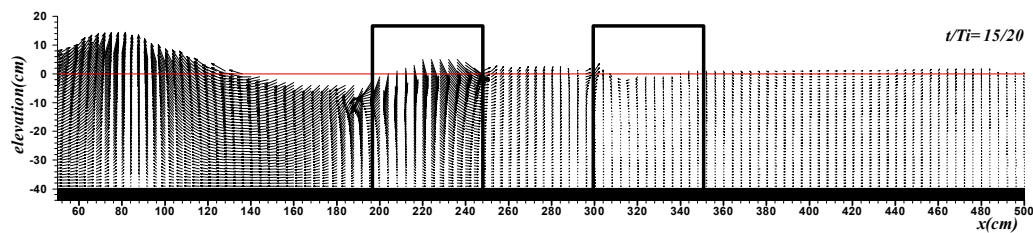
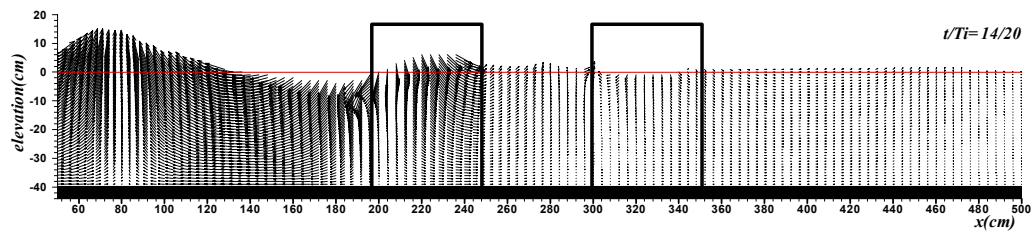
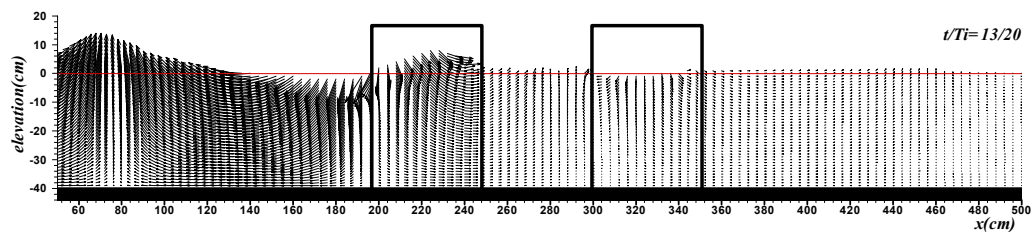
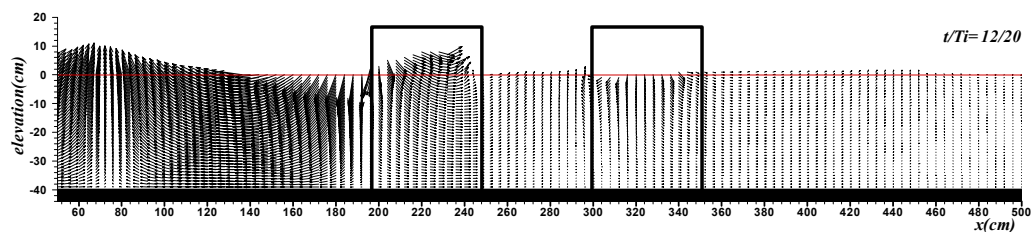
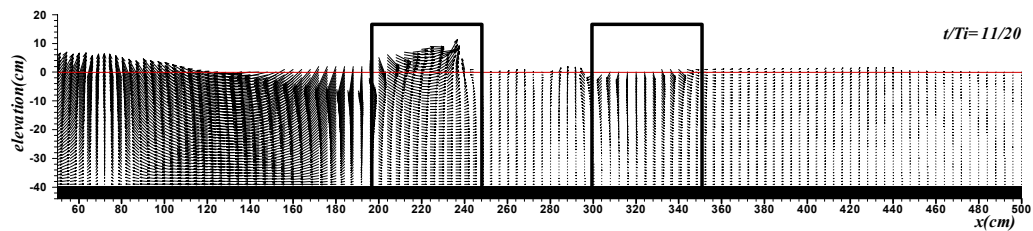


Fig. 3.4 Spatial distribution of velocity due to the permeable breakwater











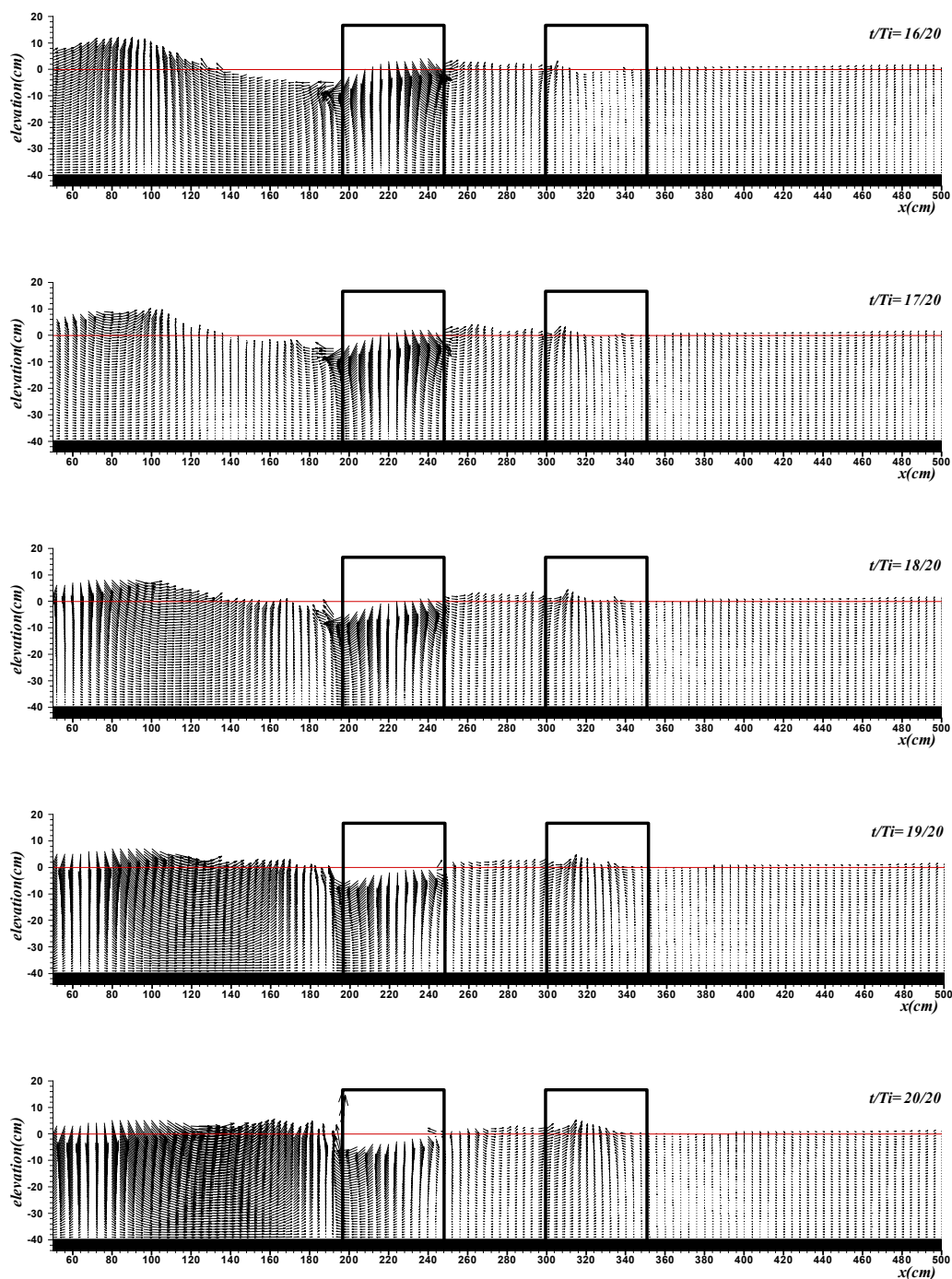
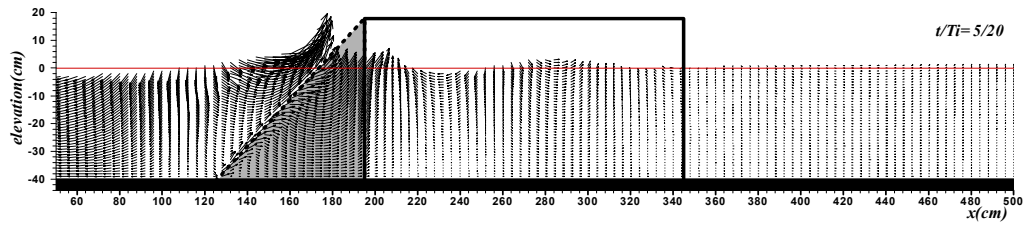
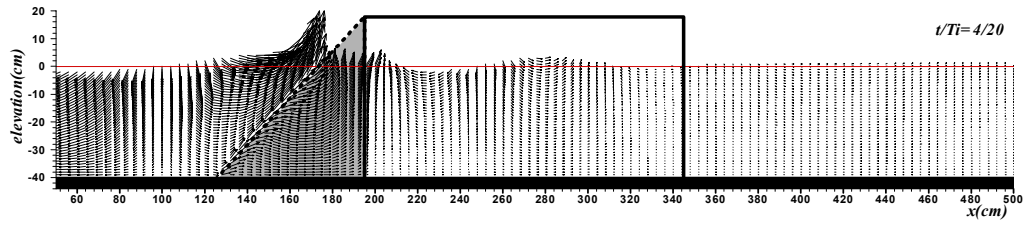
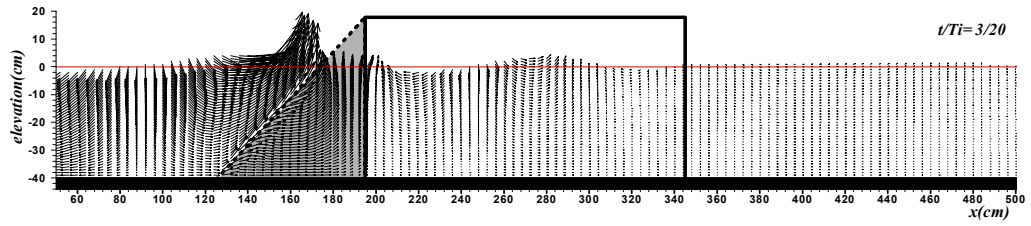
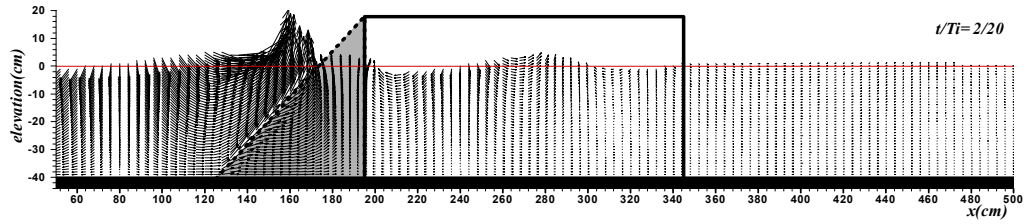
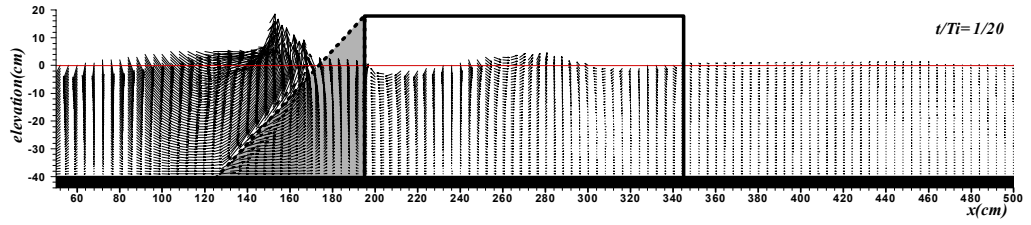
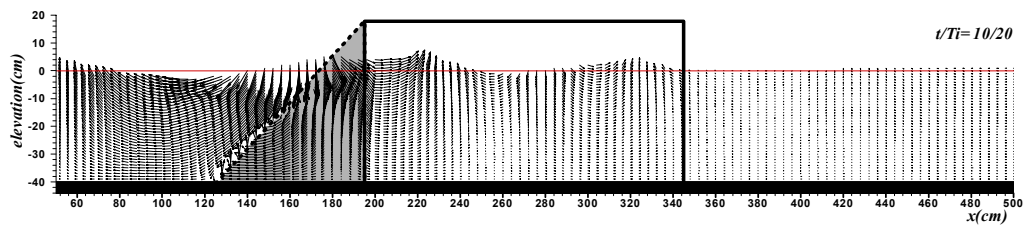
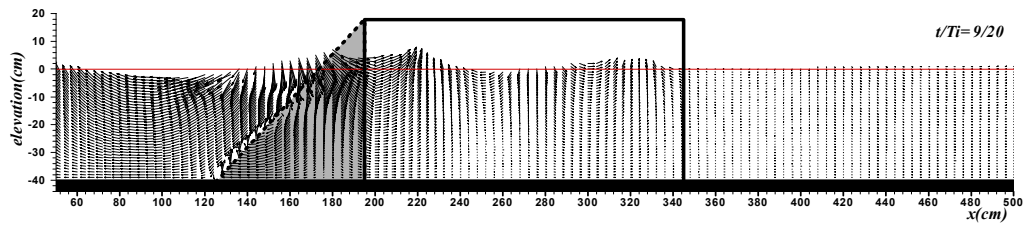
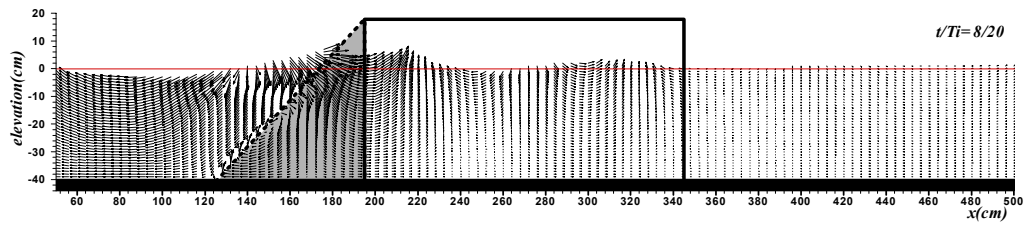
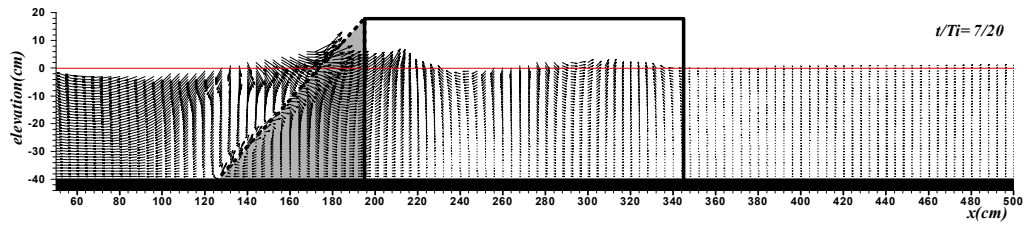
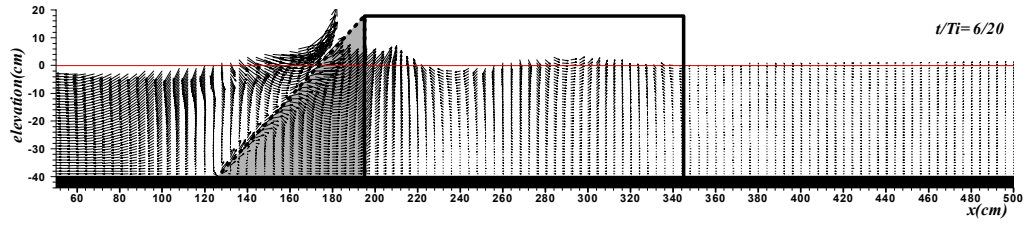
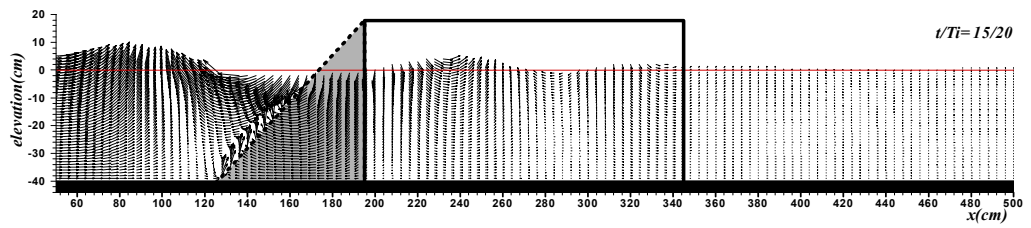
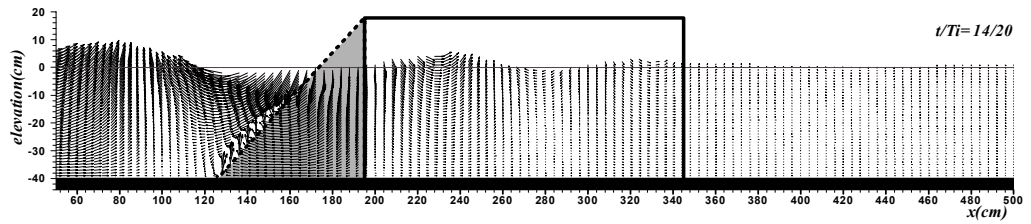
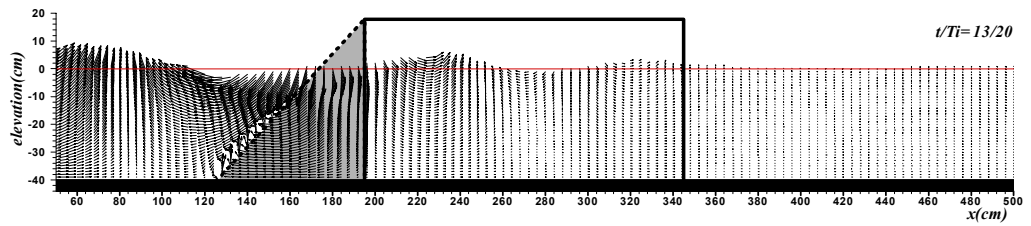
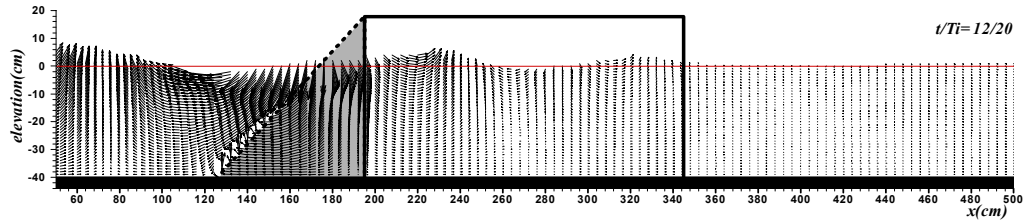
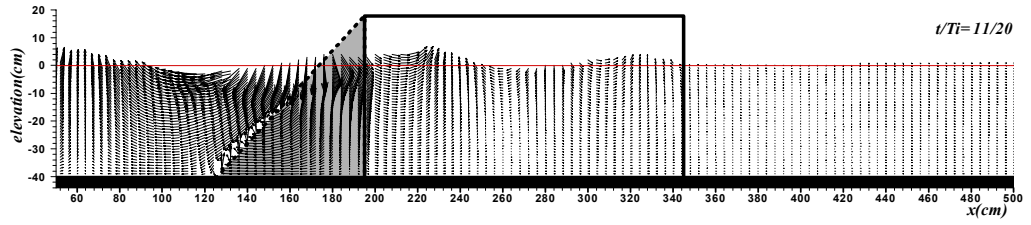


Fig. 3.5 Spatial distribution of velocity due to the two-row permeable breakwater







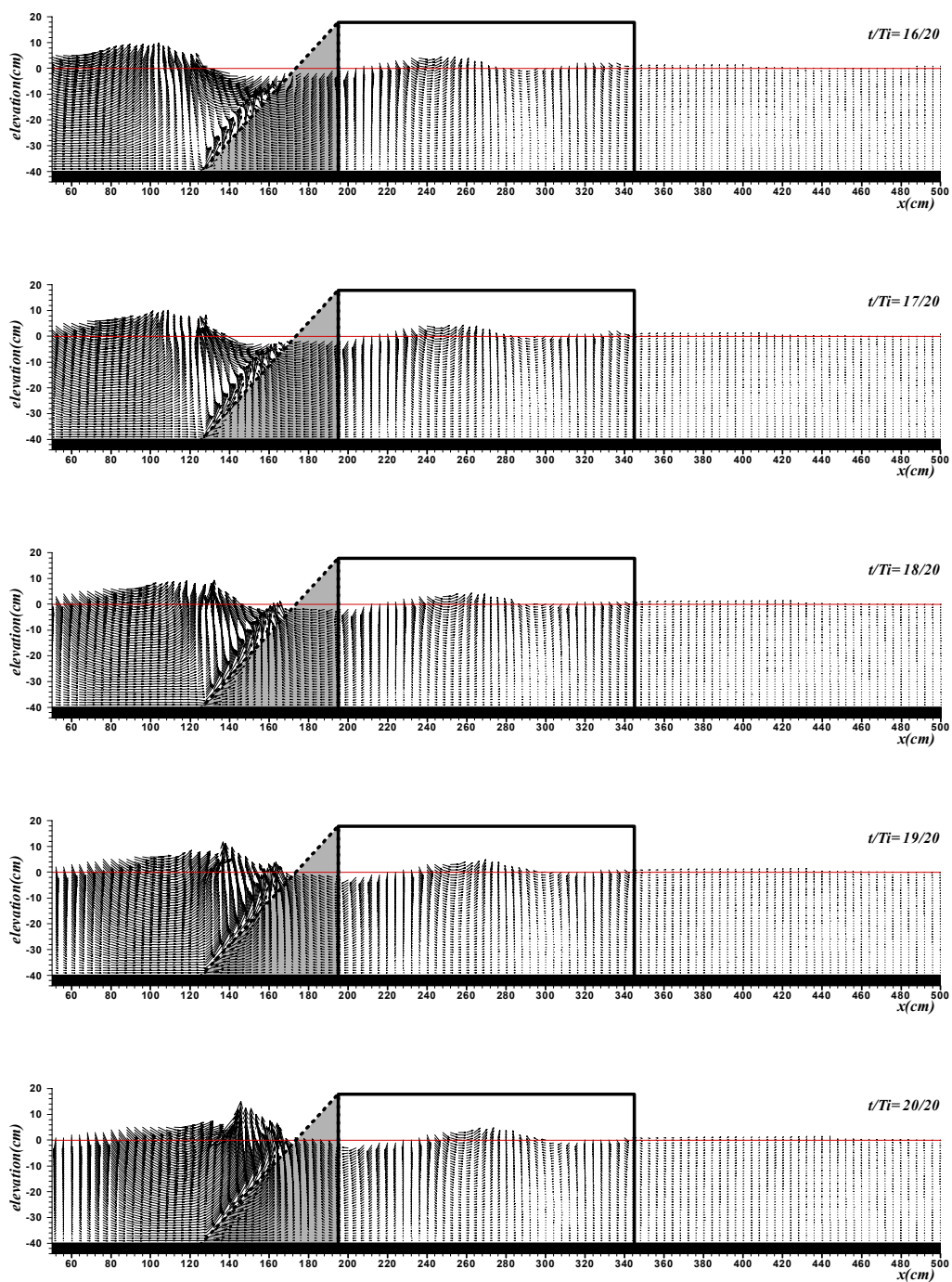
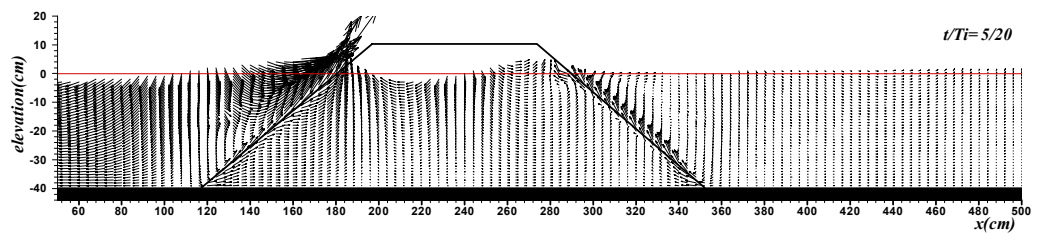
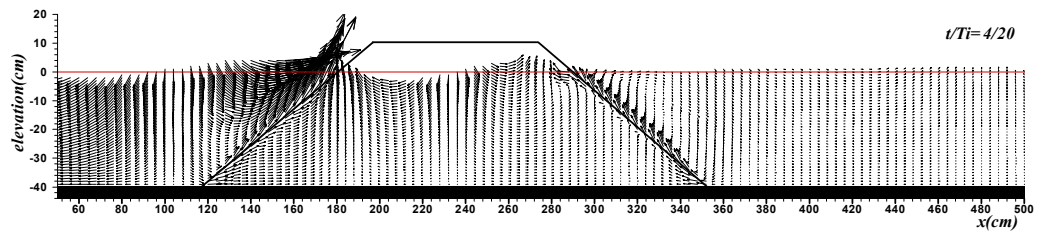
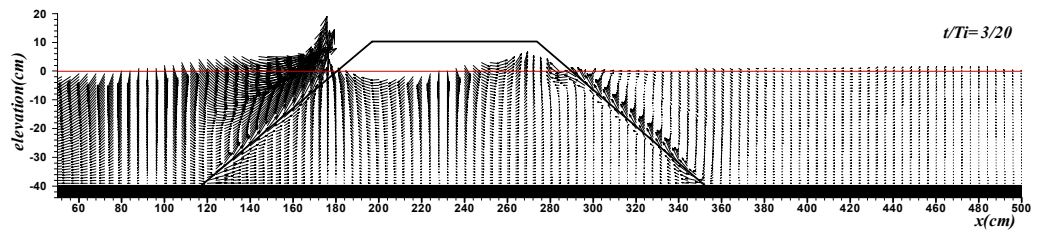
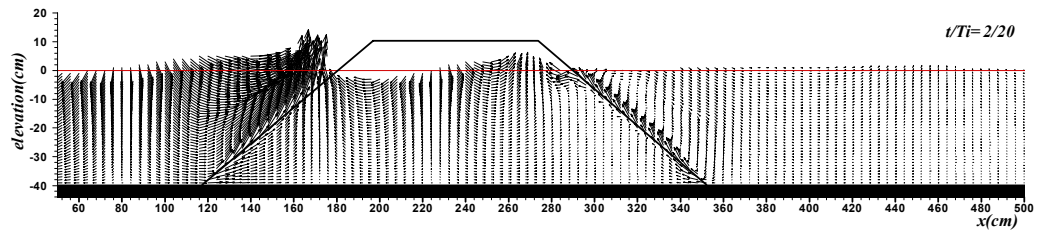
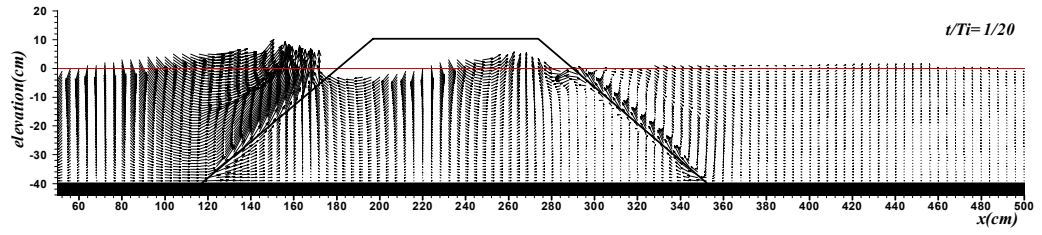
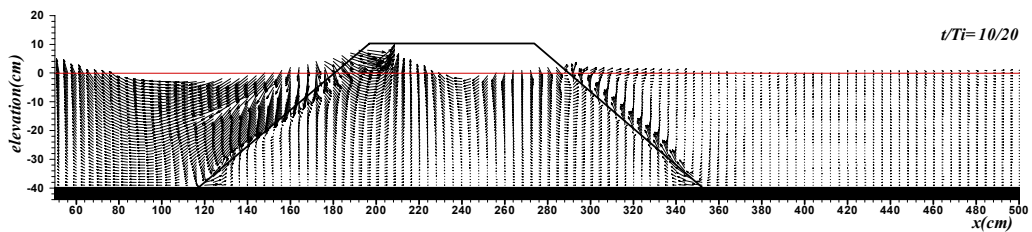
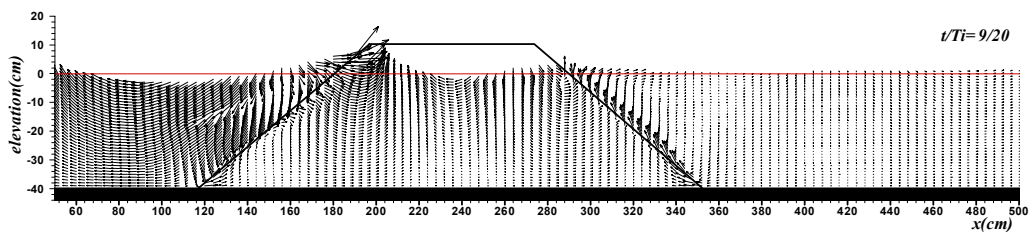
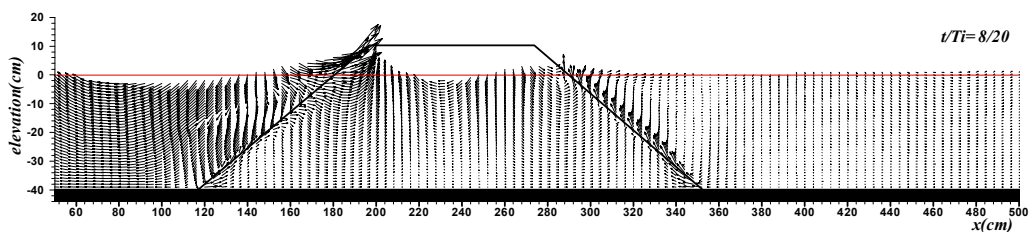
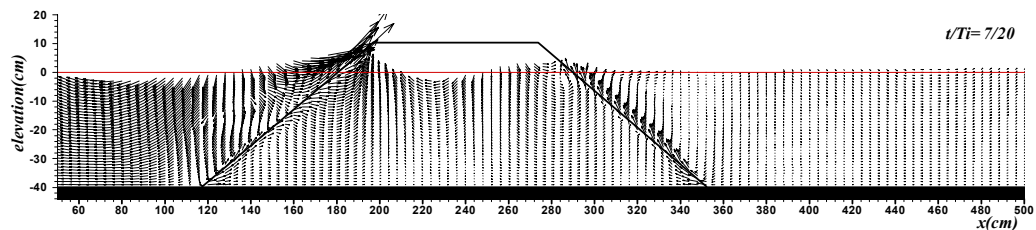
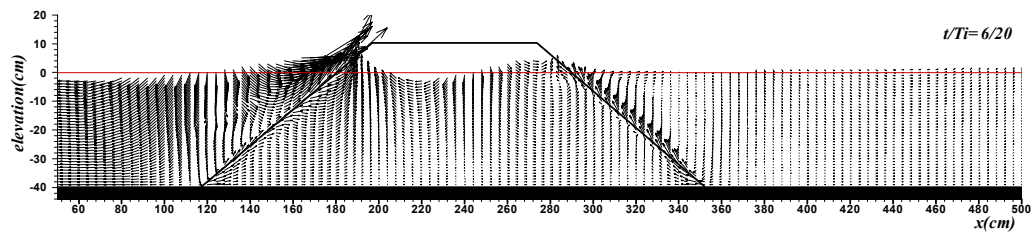
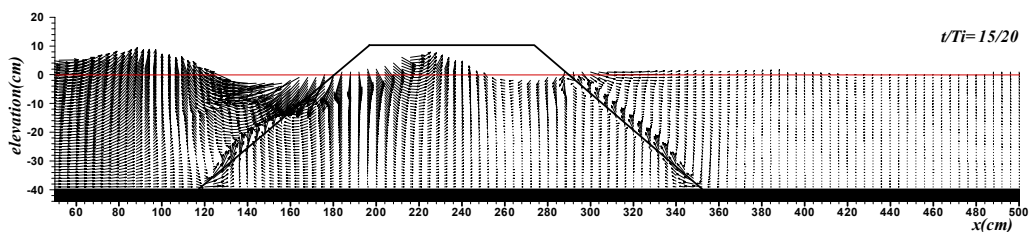
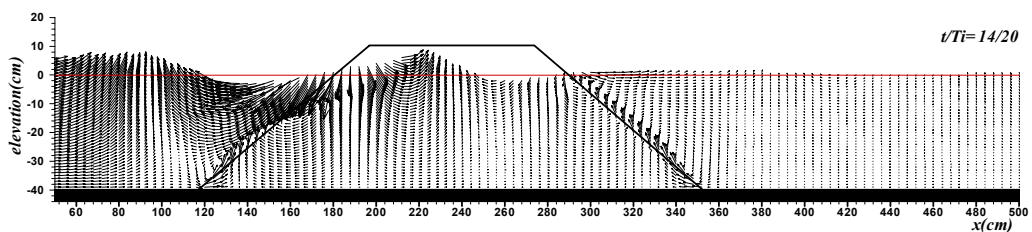
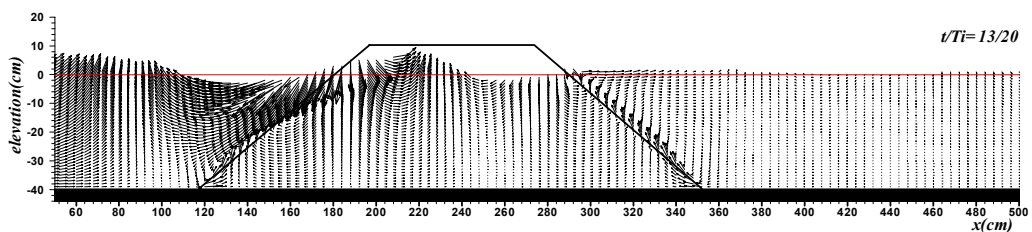
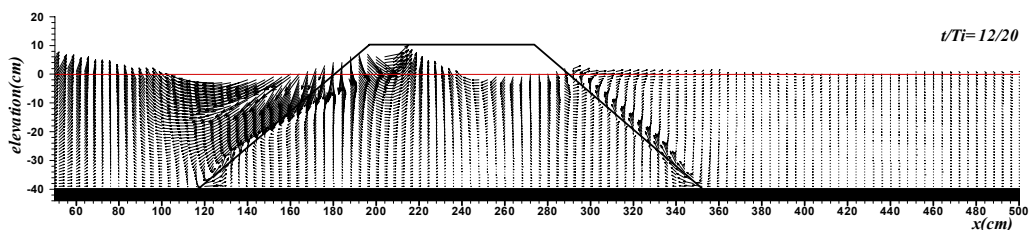
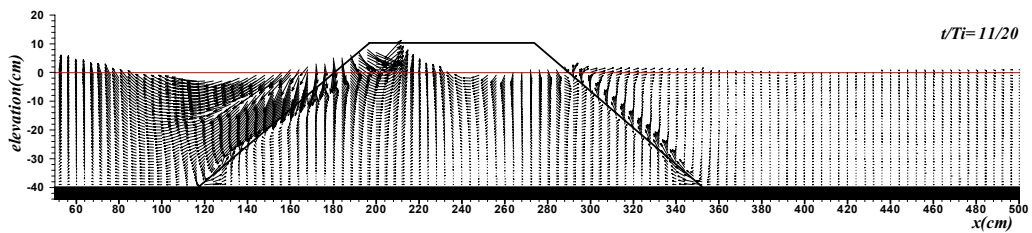


Fig. 3.6 Spatial distribution of velocity due to the permeable breakwater armored with T.T.P.











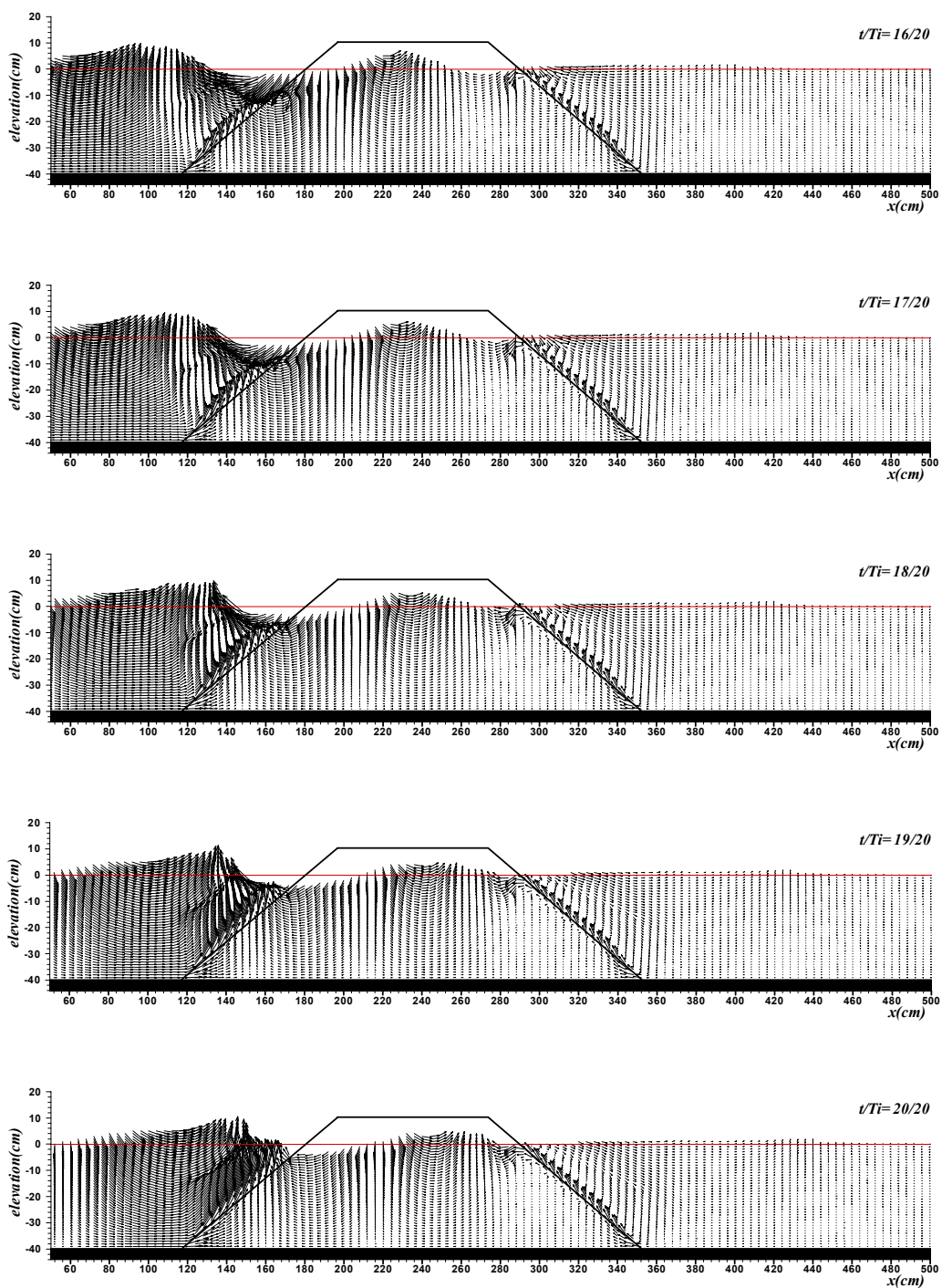


Fig. 3.7 Spatial distribution of velocity due to the rubble-mound breakwater

### 3.2.2 공간파형의 검토

Fig. 3.8은 구조물 주변의 공간파형의 고찰을 위해 Fig. 3.4의 직사각형투과성방파제에 대한 파랑변형을 경과시간에 따라 도시한 것이다. 앞서 Fig. 3.4의 유체입자의 속도벡터분포를 통해 확인한 바와 같이 입사파랑이 구조물에 접근함에 따라 파형경사가 급해지고 투과층내로 진입하면서 입사파랑의 쇄파가 발생하고 쇄파된 후에는 투과층내에서 파봉이 뾰족한 비선형 성분파랑이 발생함을 알 수 있다. 또한 입사파랑이 투과층을 통과하면서 발생하는 쇄파로 인한 에너지소산과 투과층 내부의 유체저항으로 인해 구조물 배후에서는 파형의 변화가 거의 보이지 않는 정온한 해역을 이루고 있음이 확인된다. Fig. 3.9는 Fig. 3.8과 동일하게 Fig. 3.5의 이열직사각형투과성방파제에 대한 파랑변형을 나타낸 것이다. 구조물 전면에서의 파형변화는 일열직사각형 방파제와 거의 동일함을 보이고 있으므로 투과성 구조물의 경우 체체의 폭이 반사파에 큰 영향을 주고 있지 않음을 알 수 있고 일열과 동일하게 이열로 배치된 구조물에서도 해측의 구조물 투과층 내부에서 쇄파가 발생하며 일열과는 달리 쇄파된 후의 파랑은 투과층내에서 재생성되지 못하여 Fig. 3.8에서와 같은 파봉의 진행현상은 관찰할 수 없다. 또한 구조물사이에서는 파랑의 변형이 거의 발생하지 않음을 알 수 있는데 이는 입사파랑이 해측 구조물 투과층을 벗어나면서 유수단면적의 증가로 인한 유체입자의 속도벡터크기의 감소에 기인된 것으로 판단되며 육측의 구조물을 통과하면서 유체저항으로 인해 다시 미소하게 파형이 변화되고 구조물 배후에서는 일열과 거의 동일하게 정온한 해역을 이루고 있음을 알 수 있다. Fig. 3.10 역시 Fig. 3.6에 대한 공간파형으로 구조물 전면의 보호층으로 인해 Fig. 3.8과 상이하게 구조물 내에서 쇄파가 발생하지 않고 투과층내의 파형도 Fig. 3.8에 비해 파봉부분이 완만함을 알 수 있다. 즉 사면으로 구성된 보호층에서 입사파의 에너지소산이 많이 발생되고 있음을 파형변화를 통해 짐작할 수 있다. Fig. 3.11은 Fig. 3.7에 대한 공간파형으로 위의 구조물과 동일하게 투과층으로 입사파랑이 접근하면서 구조물 사면에서 쇄파가 발생하고 투과층내로 쇄파된 파랑이 진행하면서 비선형성분파가 발생하며 투과층내에서의 에너지소산으로 인해 구조물 배후에서 거의 정수면에 가까운 파형변화를 보이고 있으나 구조물 전면에서 사면으로 인한 입사파랑의 wave run-up 현상이 발생하여 Fig. 3.8, Fig. 3.9에 비해 파형이 솟아있음을 확인할 수 있다.

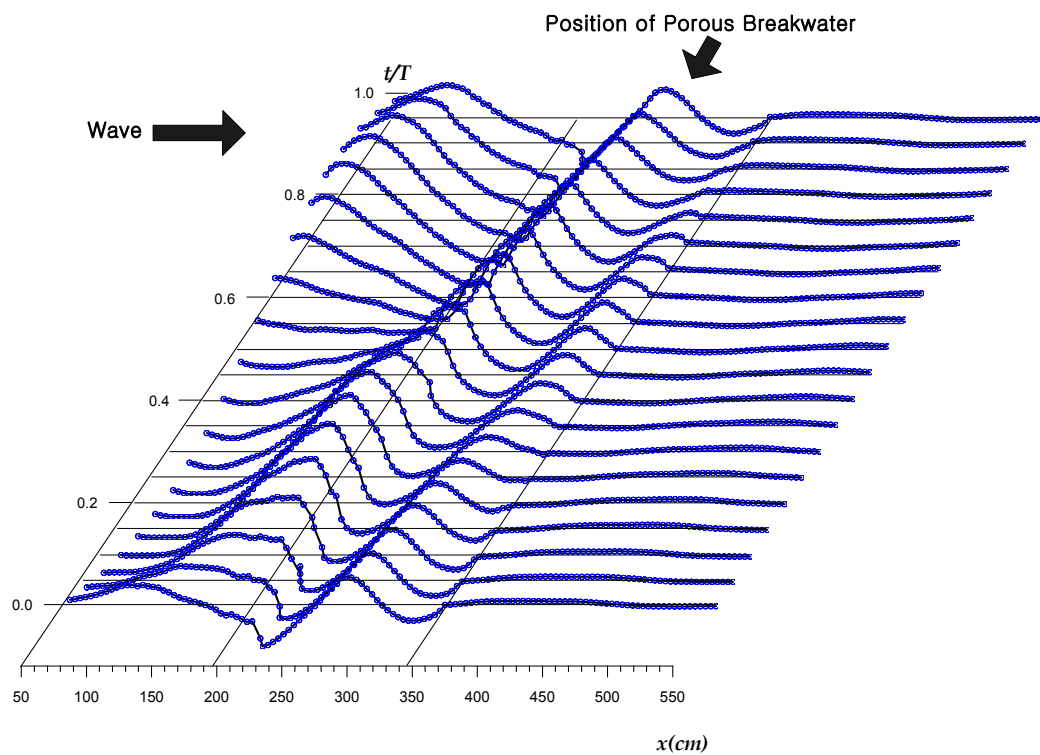


Fig. 3.8 Spatial distribution of wave profile due to the one-row permeable breakwater

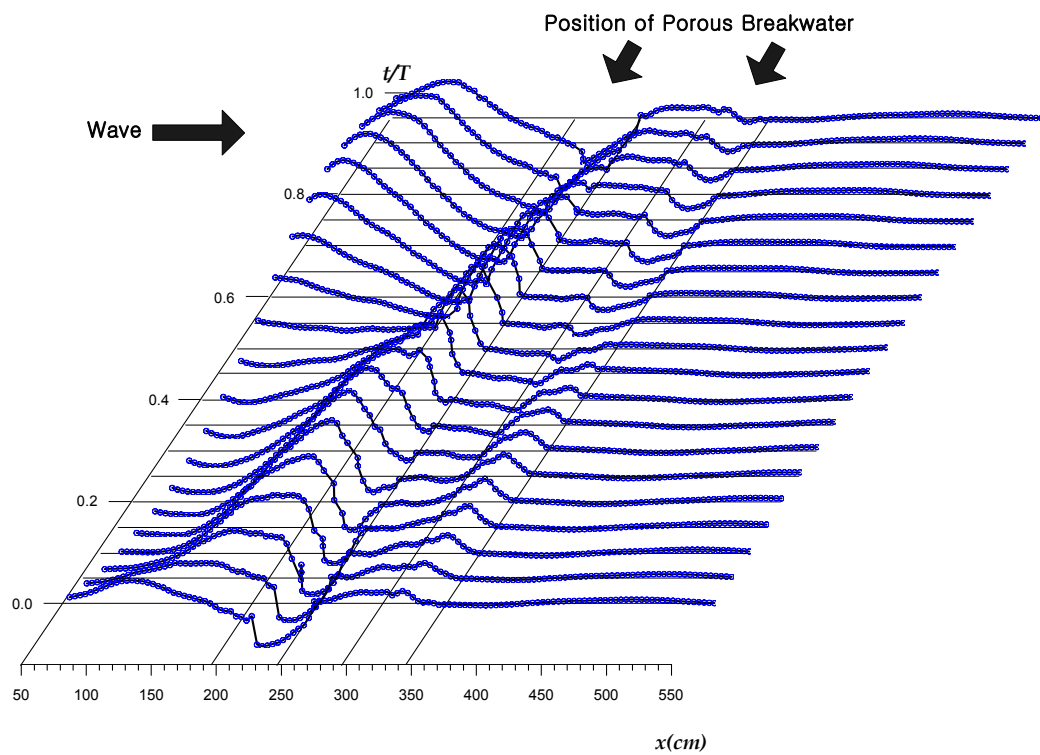


Fig. 3.9 Spatial distribution of wave profile due to the two-row permeable breakwater

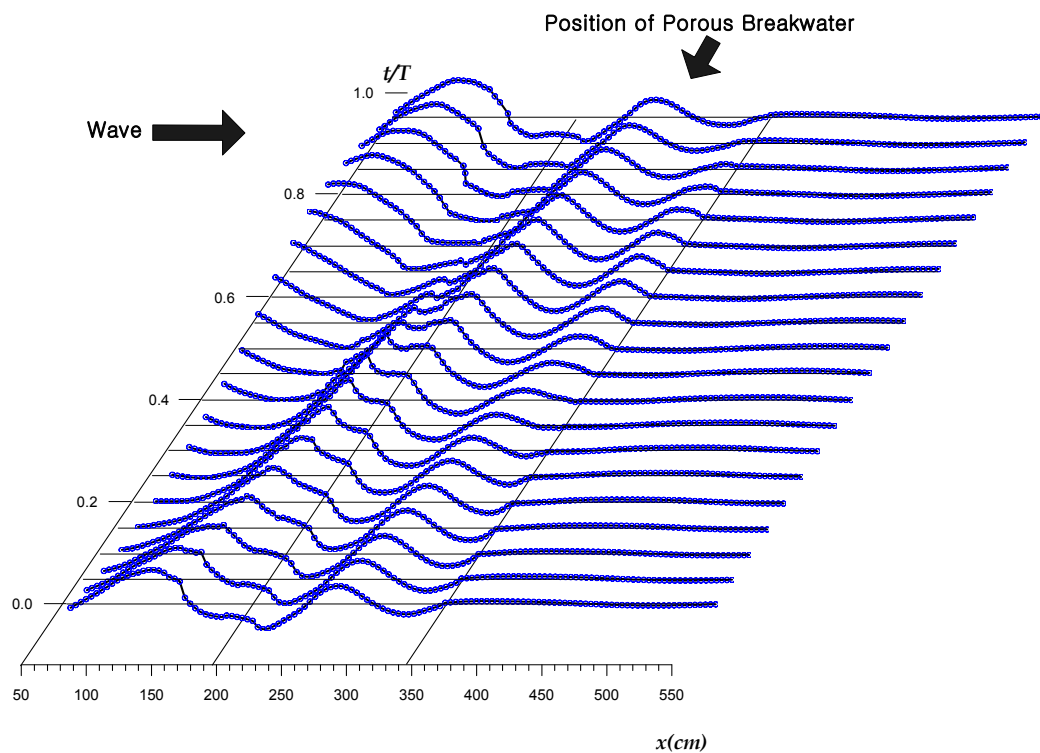


Fig. 3.10 Spatial distribution of velocity due to the one-row permeable breakwater armored with T.T.P.

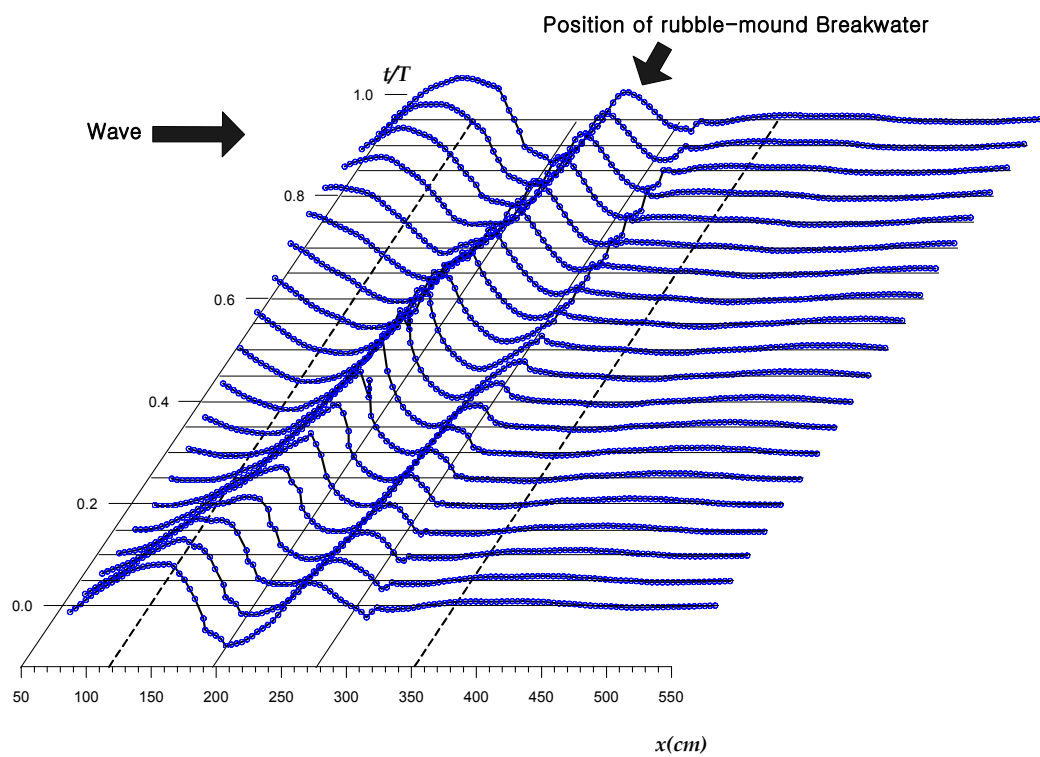


Fig. 3.11 Spatial distribution of velocity due to the rubble-mound breakwater

## 제 4장. 결론

본 연구는 VOF 법을 이용하여 수치파동수조내에 투과성방파제를 설치하여 이로 인한 2차원 주변파동장의 유체입자의 속도분포와 공간파형을 수치적으로 해석하였다. 그 결과 입사파랑이 투과성방파제를 통과하면서 투과층내에서의 쇄파에 의한 에너지 소산과 유체저항으로 인해 방파제 후면에서 상당히 정온한 해역이 발생함을 확인하였고 투과층내부에서는 입사파랑의 쇄파로 인한 비선형성분이 발생하였다. 일열보다 적은 재료량으로 구성된 투과성방파제를 이열로 배치하였을 경우 일열과 동일한 방파제 후면에서의 정온역을 얻을 수 있어 시공성은 일열에 비해 다소 떨어지지만 소요재료량의 관점에서 이열의 경우가 더욱 합리적이라고 판단된다. 또한 이열의 경우에는 구조물사이에서 유체입자속도의 감소로 자유수면의 변화가 거의 발생하지 않음을 확인하였고 보호층을 피복하였을 경우는 방파제 투과층 내부에서의 강한 비선형성분파가 발생하지 않음을 확인하였으며 사석방파제에서는 구조물사면으로 인한 입사파랑의 wave run-up 현상이 발생하였다.

본 연구에서 적용한 수치기법은 투과성 구조물에 의한 쇄파를 포함한 주변파동장을 수치적으로 재현할 수 있으므로 구조물의 설계시 많은 비용과 시간이 소요되는 수리 실험의 단점을 보완할 수 있어 그 유효성과 설계에 적용성이 기대된다.

## << 참 고 문 헌 >>

- [1] 해양수산부(1999.12) : 항만 및 어항 설계기준(상권)
- [2] 배기성, 김도삼 (2001). “경사입사파랑중의 사석방파제에 의한 반사율과 투과율에 관한 연구”, 한국해양공학회지, 제 15권 제1호, pp. 31~35
- [3] 김도삼, 이광호, 허동수, 김정수 (2001). “VOF법에 기초한 불투과잠제 주변파동장의 해석”, 대한토목학회논문집, 제 21권 제5-B호, pp. 551~560.
- [4] 岩垣雄一 (1979). 海岸工學, 日本共立出版株式會社, pp. 254-225
- [5] 大山 巧, 灘岡和未(1991). "非線型不規則波動場を對象とした數値波動水槽の開発", 日本土木學會論文集, 第 429卷/ II-15, pp. 77~86.
- [6] 榊山 勉, 鹿島遼一 (1992). “ポーラスボディモデルによる透過性防波堤周辺の波動解析手法の開発”, 電力中央研究報告書, pp. 48
- [7] Brorsen, M. and J. Larsen. (1987), “Source generation of nonlinear gravity waves with the boundary integral equation method”, Coastal Eng., Vol.11, pp. 93~113.
- [8] Harlow, F. H. and Welch, J. E. (1965). "Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface", Phys. of Fluids, Vol. 8, No.12, pp. 2182~2189
- [9] Hinatsu, M. (1992), “Numerical simulation of unsteady viscous nonlinear waves using moving grid system fitted on a free surface”, J. Kansai Soc. Naval Architects Japan, No217, pp.1~11.
- [10] Hirt, C. W. and B. D. Nichols (1981), “Volume of fluid(VOF) method for the dynamics of free boundaries”, J. Comp. Phys., Vol.39, pp. 201~225.
- [11] Madsen, O. S. (1974). "Wave transmission through porous structures", Jour. Waterway, Harbors, Coastal Eng. Div., ASCE, Vol. 100, No. WW3, pp.169~188
- [12] Sollit, Ch. K. and Cross, R. H.(1972) : Wave transmission through permeable breakwaters Proc. 13th Coastal Eng. Conf., Vancouver, pp.1827-1846.



## 감사의 글

20여년을 계속해온 직장생활의 단조로움을 탈피하여 새로운 배움에 도전하는 마음으로 시작한 대학원 과정이 당초의 결심과는 달리 부족한 점이 많았던 사실을 돌이켜 보면 먼저 안타까움이 앞섭니다.

그 동안 대학원 수학과정과 본 논문을 위해 많은 지도 편달을 해주신 김도삼 교수님과 논문심사과정에서 많은 도움을 주신 조효제 교수님, 경갑수 교수님, 김태곤 교수님께 감사드립니다.

아울러 본 논문의 완성을 위해 바쁜 와중에서도 도와준 토목공학과 해안공학 연구실 후배들인 이광호, 염승현, 유현상, 김창훈, 최낙훈, 천재영에게도 감사의 마음을 전합니다.

항상 저를 위해 하나님께 기도 드리는 사랑하는 아내와 자랑스런 두 아들과 이 기쁨을 함께 하고자 합니다.